



Centro de Investigación en Materiales Avanzados, S.C.



CEPPMS
CHIHUAHUA



Experimentando el Cálculo Diferencial

Tesis que como Requisito para obtener la Maestría en Educación Científica
presenta:

Daniel Aguayo Sosa

Directores de la Tesis:

Dr. Antonino Pérez Hernández

Mtro. Javier Humberto González Acosta

Cd. Chihuahua, Chih., Febrero de 2010

AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo es una muestra de querer alcanzar algo y de superarme como persona, pero también es cierto que un ser humano como ser social no puede estar alejado de quienes lo rodean, lo apoyan, le brindan su amistad, su confianza y su dedicación para lograr mejores resultados. Es por eso que me permito dedicar con sentimiento y aprecio este reconocimiento a:

- Primeramente a Dios por concederme vida, salud y sobre todo un cúmulo de bendiciones al permitirme superarme continuamente personal y académicamente.
- A Gobierno del estado, representado por la Lic. Guadalupe Chacón Monarrez, quien con una visión amplia sobre el aspecto educativo ha logrado un crecimiento en nuestro estado.
- A ese gran equipo de trabajo al cual me siento orgulloso de pertenecer, el cual es el Colegio de Estudios Científicos y Tecnológicos del Estado de Chihuahua.
- A mis compañeros y amigos de trabajo del CECyT No. 2, quienes mostrando afecto y compañerismo, han aportado para la realización de este trabajo.
- A mis asesores, el Dr. Antonino Pérez Hernández y el Maestro Javier Humberto González Acosta, quienes con sus aportaciones y conocimientos lograron enriquecer el presente trabajo.
- A mis padres, quienes con su apoyo incondicional me han impulsado a superarme cada día más.

Daniel Aguayo Sosa

Febrero de 2010

DEDICATORIA

A mis padres
que con su comprensión
y apoyo siempre me han ayudado
a superarme cada día más y a lograr las metas
que me he propuesto en mi preparación personal.

ÍNDICE

RESUMEN.....	1
ABSTRACT	2
CAPÍTULO I.....	4
INTRODUCCIÓN.....	4
ANTECEDENTES	4
La Educación Media Superior en México	4
Situación actual de la Educación Media Superior en México	5
La Reforma Integral de la Educación Media Superior	7
El enfoque por competencias.....	8
JUSTIFICACIÓN.....	8
PROBLEMÁTICA	9
OBJETIVO	9
METAS	9
DESCRIPCIÓN DEL PRODUCTO	10
CAPÍTULO II	11
FUNDAMENTOS PEDAGÓGICOS Y DISCIPLINARES.....	11
FUNDAMENTOS PEDAGÓGICOS.....	11
Calidad en la Educación	11
Aprendizaje Significativo.....	13
Las competencias en la Educación.....	15
FUNDAMENTOS DISCIPLINARES	18
El aprendizaje de las Matemáticas.....	18

El aprendizaje del cálculo diferencial	19
Definición de conceptos.....	20
HERRAMIENTA DIDÁCTICA.....	21
Descripción de la Herramienta Didáctica.	21
Formato de los experimentos.....	22
Competencias a desarrollar a través de la herramienta didáctica	23
CAPÍTULO III	25
DESARROLLO	25
“EXPERIMENTANDO EL CÁLCULO DIFERENCIAL”	25
UNIDAD I FUNCIONES	25
UNIDAD II LÍMITES	41
UNIDAD III LA DERIVADA	56
UNIDAD IV APLICACIONES DE LA DERIVADA	70
CAPÍTULO IV.....	85
IMPLEMENTACIÓN.....	85
RESULTADOS ESPERADOS Y CONCLUSIONES	87
REFERENCIAS	89
ANEXOS.....	91

RESUMEN

El maestro del Nivel Medio Superior en la actualidad enfrenta diversas dificultades para realizar su práctica docente de modo que pueda guiar a sus alumnos a construir sus propios conocimientos y que éstos les sean significativos, ésta situación es muy común en las ciencias básicas, y particularmente en el caso de Cálculo Diferencial, se percibe que al alumno se le dificulta el comprender y encontrar aplicabilidad a los temas que esta asignatura ofrece.

Con base en lo anterior, se presenta el cuadernillo de experimentos denominado “Experimentando el Cálculo Diferencial”, en el cuál se propone el desarrollo de una serie de experimentos que complementen el trabajo del docente, a la vez que permitan que el alumno comprenda mejor los temas de esta asignatura, tomando como base la perspectiva de que el alumno aprende mejor si manipula objetos o realiza actividades que le sean significativas para con ello construir su propio conocimiento.

El cuadernillo de experimentos está estructurado considerando los 4 temas principales de la asignatura de cálculo diferencial, a saber: Funciones, Límites, La derivada y aplicaciones de la derivada; incluyendo en cada uno de los temas mencionados un experimento introductorio, uno de laboratorio, tres para ser elaborados extra-clase y uno de diseño.

El experimento introductorio está propuesto para que sea realizado por el maestro frente a sus estudiantes y sirve de pauta para dar inicio a las actividades de aprendizaje, al permitir que el alumno observe la relación entre el experimento realizado y el tema que se esté abordando en ese momento.

El experimento de laboratorio es ejecutado por el alumno, además tiene la característica de que promueve que el estudiante pueda apropiarse del conocimiento

y del uso de los instrumentos de laboratorio como termómetros, matraces, cronómetros, etc., permitiendo relacionar fácilmente el cálculo diferencial con otras asignaturas y en la vida misma del estudiante.

En cada uno de los temas principales de la asignatura, se proponen 3 experimentos extra-clase, con los cuales el alumno puede reafirmar los conocimientos adquiridos en la materia, además de que puede complementarlos al trabajar en forma colaborativa con sus compañeros.

Por último, en cada tema principal se sugiere que el alumno lleve a cabo un experimento de diseño, que permita que el estudiante aplique sus conocimientos adquiridos a una situación práctica planteada por él mismo.

Palabras clave: Práctica docente, Aplicabilidad a los temas, Experimentos.

ABSTRACT

The teacher media higher level currently faces difficulties to make their teaching so that can guide students to construct their own meaningful knowledge. This situation is very common in basic sciences, and particularly in the case of differential calculus, the student may find little difficulties understanding and finding applicability to the topics that this course offers.

Based on the above, the experiments booklet called "**Experimentando el Cálculo Diferencial**", which proposes the development of a series of experiments that complement the work of the teacher, to allow the student to better understand the topics of this subject, on the basis of the perspective that the students learn better if manipulates objects or activities that are significant to construct their own knowledge.

The booklet of experiments is structured whereas the 4 main themes of the subject of differential calculus, namely: functions, limits, the derivative and the derivative applications, including in each of the topics mentioned an introductory experiment, one lab, three to be developed extra-class and one design.

The introductory experiment is proposed to be done by the teacher for his students and serves as a guideline to start learning, activities to allow student to observe the relationship between the performed experiment and the issue that is addressed at that time.

The laboratory experiment is executed by the student and has the characteristic that student can acquired knowledge and the use of laboratory instruments such as thermometers, flasks, timers, etc., allowing to easily interact differential calculus with other subjects and in life itself.

Each of the main themes of the subject, proposes 3 extra-clase, experiments with which the student can reaffirm the knowledge acquired in this field, that can supplement to work collaboratively with colleagues. Finally, each main topic suggests that students carried out an experiment design, allowing students to apply their knowledge a practical situation raised by himself.

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

ANTECEDENTES

La Educación Media Superior en México

El Nivel Medio Superior en México, llamado comúnmente Bachillerato o Preparatoria, atiende alumnos egresados del nivel Secundaria con edades de entre 15 y 18 años que demandan una preparación integral para ingresar a estudiar el nivel medio superior, o bien insertarse en el mercado laboral.

Según Larroyo (1979) y Castrejón (1999) los antecedentes históricos de la Educación Media Superior en México se remontan a las instituciones novohispánicas que se fundaron a la llegada de los españoles. Posteriormente, tras la guerra de independencia, estas instituciones evolucionaron con la influencia de ideas provenientes de Europa.

La conformación del nivel se consolidó con la creación de la Escuela Nacional Preparatoria (ENP) en 1867, con el Lic. Benito Juárez como presidente y la conducción del maestro Gabino Barreda como responsable de Educación. En ese momento, esta institución no sólo buscaba ser la base para que el nivel bachillerato diera sus mejores frutos, sino que también persiguiera una intencionalidad como formadora integral del individuo. (Larroyo, 1979:286; Castrejón, 1999:290).

Díaz Barriga (2002) menciona que los eventos que ocurrieron a finales del siglo XIX y principios del siglo XX, llevaron a los sectores educativos a preocuparse por los niveles básicos y superior de la educación, con ello el nivel medio superior quedó como un enlace entre aquéllos y éstos, con una infraestructura que prácticamente no aumentó y a la vez fue atendida principalmente por profesionistas sin formación pedagógica mayoritariamente.

En la segunda mitad del siglo XX, el bachillerato mexicano se expandió, creándose instituciones de diversas características, con visiones, intencionalidades y currícula diferentes. Hasta 1982 existían 187 programas en el país. Esa diversidad, que obedece a razones culturales, políticas y técnicas, le proporciona una riqueza al Bachillerato en México. Díaz Barriga, (2002)

Chavarría (2004) dice que el siglo XX se caracterizó por avances vertiginosos acelerados en la ciencia y la tecnología; que sorprendieron a padres, profesores y a una parte de la humanidad que no estaba preparada para abordarlos, en la segunda mitad del siglo XX se inició una serie de cambios y novedades sucesivas en los que la estabilidad de los valores se puso a prueba.

El desafío del siglo XXI es avanzar en un país con una demografía distinta en donde la mayoría de la población es de jóvenes y adultos. A la mitad del año 2005 se contaba con 66 004 650 habitantes de entre 15 y 65 años de edad, mientras que a la misma fecha se contaba con 32 537 308 personas de entre 0 y 14 años de edad y con sólo 5 404 908 habitantes mayores de 65 años. INEGI, (2006)

El objetivo de la Educación Media Superior se debe centrar en buscar construir un país libre en el que los jóvenes sean más críticos y reflexivos, exigentes y dispuestos a construir un país más próspero. SEP, (2009)

Situación actual de la Educación Media Superior en México

La Educación Media Superior (EMS) en México enfrenta desafíos que podrán ser atendidos sólo si este nivel educativo se desarrolla con una identidad definida que permita a sus actores avanzar ordenadamente hacia los objetivos propuestos.

Actualmente, la EMS en el país está compuesta por una serie de subsistemas que operan de manera independiente, sin correspondencia a un panorama general articulado y sin que exista suficiente comunicación entre ellos. SEP, (2008)

Así mismo se hace mención de que el bachillerato en México presenta problemas históricos, que tienen que ver con la calidad del servicio educativo, la cobertura y la equidad. Al tener un menor ingreso, también se tiene una menor capacidad para enviar a los hijos a la escuela, situación que ha reducido la posibilidad de que las clases populares accedan a una educación para sus hijos; además, cuando se compara el desempeño en México con respecto de los avances educativos en otros países de mundo, encontramos un preocupante rezago educativo en México, no sólo en el número de horas, sino también en la permanencia y calidad educativa.

Chavarría (2004) continúa diciendo que los viajes interplanetarios, el auge de la informática, la tecnología genética, la ingeniería biomédica; rompieron con la estabilidad de los sistemas educativos, obligando a dar un giro de 180 grados al pasar del gis al PowerPoint, del pupitre individual y rígido a las mesas colectivas y ensamblables, del libro de texto al Internet, de las profesiones clásicas a la pluriespecialización; de la docencia centrada en la enseñanza del profesor, al aprendizaje centrado en la interrelación del alumnado.

La Secretaría de Educación Pública (2007) reconoce que el sistema educativo presenta deficiencias, con altos índices de reprobación y deserción de los alumnos, y bajos niveles de aprovechamiento. La formación escolar prevaleciente, como lo demuestran las pruebas nacionales e internacionales aplicadas en la educación básica y en la media superior, no logra desarrollar plenamente en los estudiantes las habilidades que les permitan resolver problemas con creatividad y eficacia, que les permitan una mejor preparación para los desafíos que les presentan la vida cotidiana el mercado laboral.

Los retos y desafíos del mundo contemporáneo crecen día a día, existen cambios en los esquemas de convivencia social, participación política, medios de comunicación, la tecnología que nos invade actualmente y en consecuencia el mercado laboral cada vez exige mayor calidad, competencia, conocimiento y experiencia de la persona a una temprana edad. SEP, (2009)

La Reforma Integral de la Educación Media Superior

La Reforma Integral del Nivel Medio Superior (RIEMS) en México surge como la necesidad de ponerse al día con base en la necesidad de un cambio, de mejorar y contar con un sistema que responda a las exigencias del país y del mundo laboral, con programas de formación basados en los requerimientos actuales, es decir, los procesos formativos que permitan a los alumnos hacer frente a las necesidades de hoy. SEP, (2009)

La reforma implica la creación de un Sistema Nacional de Bachillerato con una acción centrada en 4 ejes operativos: SEP, (2009)

- La reorientación de los contenidos educativos para fortalecer el desarrollo de competencias y habilidades, a través de un Marco Curricular Común (MCC), que define el perfil del egresado, y atiende a la diversidad de nuestros jóvenes.
- El establecimiento de criterios de calidad para la oferta educativa, con estándares comunes para atender a la población.
- Los mecanismos de instrumentación de la reforma contemplan los programas de formación de docentes, la gestión escolar, los programas de tutorías, el sistema de evaluación, la inversión adecuada en infraestructura, los programas de becas y la posibilidad de la movilización escolar.
- Los mecanismos de certificación complementaria que permitan acreditar a las instituciones participantes en este modelo educativo.

El enfoque por competencias

La educación centrada en el aprendizaje implica el desarrollo de competencias, las cuales son categorías que permiten expresar aquello que los jóvenes requieren para desenvolverse en contextos diversos a lo largo de su vida en el mundo actual, y que a la vez flexibilizan el conocimiento adaptándolo a contextos específicos, dando pauta a que las habilidades y actitudes respondan en realidad cotidiana del alumno, a la vez de que van más allá de los objetivos de las asignaturas al enriquecer las experiencias educativas en concordancia con el mundo contemporáneo. SEP, (2009)

JUSTIFICACIÓN

En la práctica como docente se ha detectado que cuando el alumno trata de aprender cálculo diferencial se encuentra con algunas dificultades que le impiden construir su propio conocimiento de manera que le encuentre sentido y aplicabilidad a los temas que se están abordando; por ejemplo, cuando no le es posible relacionar sus conocimientos previos con los nuevos, el alumno tiene dificultad para relacionar el álgebra y la geometría con el cálculo diferencial; ello implica que lo que el alumno recibe como conocimiento nuevo carece de sentido, situación que le impide que su aprendizaje sea realmente significativo.

De igual manera, se observa que en las instituciones educativas de nivel medio superior, en muy pocas ocasiones se ofrecen cursos de actualización y de didáctica aplicada a las matemáticas a los docentes, o bien herramientas que le permitan al docente un mejor desarrollo de su clase y una significancia adecuada de la misma.

Con base en lo anterior, y recordando que las matemáticas han quedado clasificadas en un área distinta al de las competencias experimentales; se propone una serie de experimentos sencillos que le sirvan al docente como herramienta para mejorar el aprendizaje de los alumnos, asumiendo que dicho aprendizaje le va a ser significativo al alumno.

PROBLEMÁTICA

En la mayoría de las ciencias básicas, y particularmente en la asignatura de cálculo diferencial, se percibe que el docente tiene dificultades para lograr que sus alumnos se apropien de los conocimientos, ya que no cuenta con herramientas que le permitan mostrarle al alumno la importancia y la aplicación de la materia misma.

Se encuentra que la mayoría de los estudiantes tienen dificultad para lograr la comprensión del cálculo diferencial, dado que es una materia en la que el nivel de análisis es mayor y en la que en muchas ocasiones ellos no le encuentran aplicabilidad en su vida cotidiana.

OBJETIVO

Mejorar y contribuir al aprendizaje de los alumnos en la materia de cálculo diferencial, ligando la teoría y práctica, acentuando su relación con otras asignaturas.

METAS

- Aportar ejemplos prácticos que sirvan para mejorar el aprendizaje a los alumnos en la materia de cálculo diferencial.
- Contribuir a que los estudiantes encuentren una relación teórico-práctica de la materia de cálculo diferencial mediante el uso de tareas y preguntas dirigidas que vengan a ligar el experimento realizado con la vida cotidiana del alumno.
- Relacionar el cálculo diferencial con otras asignaturas como Física y Química, al interpretar las representaciones gráficas, trabajar con instrumentos de laboratorio, aplicar formulas, observar directamente el comportamiento de las variables de un problema, etc., ligando los fenómenos reales con las matemáticas.

DESCRIPCIÓN DEL PRODUCTO

La idea principal se centra en la elaboración de experimentos que puedan llevarse a cabo en el aula y que sirvan de demostración de algunos temas de la asignatura de Cálculo Diferencial, y otros que el mismo estudiante diseñe y que le puedan servir de apoyo para apropiarse de los conocimientos y de las aplicaciones que se le pueden dar a los diversos temas de dicha asignatura.

La asignatura de Cálculo Diferencial, se puede trabajar en 4 temas que son: Funciones, Límites, La derivada y Aplicaciones de la Derivada. En cada uno de ellos se desarrolla un experimento de introducción, uno de laboratorio, tres denominados extra-clase y uno de diseño.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTOS PEDAGÓGICOS Y DISCIPLINARES

En el presente capítulo, considerando las teorías de Piaget, Ausubel y Vigotsky, se abordan algunos conceptos importantes como la calidad en la educación, el aprendizaje significativo y un análisis de la Reforma Curricular del Bachillerato en México en la que se mencionan los tipos de competencias que el alumno debe lograr en el Nivel Medio Superior. De igual forma, se incluye un análisis del aprendizaje de las matemáticas y del cálculo diferencial, así como también la descripción de la Herramienta Didáctica, el formato utilizado para los experimentos y las competencias que éstos promueven al ser desarrollados.

FUNDAMENTOS PEDAGÓGICOS

Calidad en la Educación

La calidad en la educación incluye diversos aspectos que son imprescindibles para que el proceso educativo alcance sus propósitos, por lo que es indispensable que los jóvenes permanezcan en la escuela, pero además es necesario que logren una sólida formación ética y cívica, y el dominio de los conocimientos, habilidades y destrezas que requerirán en su vida adulta. SEP, (2008)

En la actualidad se ha confundido calidad con cantidad en la educación y se ha puesto mayor interés en la instrucción masiva, por encima de la educación personalizada, en el adiestramiento y la mejora de las tecnologías empleadas, por encima de la creatividad y el servicio social. Chavarría, (2004)

Por su parte, Cárdenas (2003) menciona que la mayoría de las escuelas de nivel medio superior no cuenta con la tecnología suficiente para satisfacer la demanda de formación laboral para jóvenes que terminan el ciclo alrededor de los dieciocho años

de edad, y mucho de lo que pueden aprender en relación con esta exigencia lo aprenden fuera de las escuelas, precisamente en los centros de trabajo.

Los criterios de mejora de la calidad deben aplicarse a la capacitación de profesores, la actualización de programas de estudio y sus contenidos, los enfoques pedagógicos, métodos de enseñanza y recursos didácticos. SEP, (2007)

Chavarría (2004) menciona que un modelo educativo de calidad debe preparar al educando para ser capaz de ponerse en el lugar de los demás, hasta el punto de entender su manera de pensar, sentir y vivir; ello exige hacer de la educación un factor de equidad y justicia social que brinde igualdad de oportunidades para todos los sectores de la sociedad.

Por otra parte, SEP (2008) dice que la calidad se relaciona también con la pertinencia, debido a que los aprendizajes en la EMS deben ser significativos para los estudiantes, ya que cuando los jóvenes reconocen en su vida cotidiana y en sus aspiraciones las ventajas de lo que aprenden en la escuela, redoblan el esfuerzo y consolidan los conocimientos y las habilidades adquiridas.

Así mismo, hace mención de que en ocasiones los jóvenes encuentran la pertinencia en estudios que profundizan en las disciplinas del conocimiento y en otras en aspectos relacionados al trabajo. En todos los casos, lo deseable es que el aprendizaje se produzca en un contexto significativo para los jóvenes.

En el presente documento, el concepto de calidad en la educación, de acuerdo con la SEP (2008), se maneja como la formación adecuada del estudiante, que incluye el dominio de los conocimientos y el manejo de habilidades y destrezas que va a requerir en su vida adulta, por lo que los experimentos propuestos de cálculo diferencial constituyen un recurso didáctico para el docente de bachillerato, y la opción para mejorar la calidad del aprendizaje de los estudiantes, buscando con ello que el aprendizaje del cálculo diferencial sea significativo para el alumno.

Aprendizaje Significativo

Según los planteamientos de Ausubel (1976), Díaz Barriga (2003) menciona que, durante el aprendizaje significativo el aprendiz relaciona de manera sustancial la nueva información con sus conocimientos y experiencias previas, por lo que es necesario que haya disposición del aprendiz para aprender significativamente e intervención del docente en esa dirección.

Por otra parte, el aprendizaje significativo es aquel que supone un interés del alumno y ocupa un papel central en el modelo mental que el estudiante tiene del mundo; supone una conexión con el resto de lo que sabe y la posibilidad de compartir esos contenidos de aprendizaje con otros. Carretero, (1998)

Así mismo, hace mención de que con mucha frecuencia el aprendizaje significativo no es lo mismo para el alumno que para el profesor y debe haber una toma de conciencia de que esto es así, ya que el docente puede hacer hipótesis sobre cuáles serán los aprendizajes significativos para sus alumnos y encontrarse con que la realidad no es exactamente así.

Díaz Barriga (2006) menciona que Ausubel, como otros teóricos cognositivistas, postula que el aprendizaje implica una reestructuración activa de las percepciones, ideas, conceptos y esquemas que el aprendiz posee en su estructura cognitiva, a la vez de ser sistemático y organizado, dado que es un fenómeno complejo que no se reduce a simples acciones memorísticas.

El conocimiento que se transmite en cualquier situación de aprendizaje debe estar estructurado no sólo en sí mismo, sino con respecto al conocimiento que ya posee el alumno, por lo que resulta fundamental para el profesor no sólo conocer las representaciones que poseen los alumnos sobre lo que se les va a enseñar, sino también analizar el proceso de interacción entre el conocimiento nuevo y el que ya poseen. Carretero, (1997)

De igual manera, es también importante la forma en que se plantean los materiales de estudio y las experiencias educativas, ya que si se logra el aprendizaje significativo, se trasciende la repetición memorística de contenidos y se logra construir significado, dar sentido a lo aprendido, y entender su ámbito de aplicación y relevancia en situaciones académicas y cotidianas. Díaz Barriga, (2003)

Las ideas de Ausubel constituyen una clara discrepancia con la visión de que el aprendizaje y la enseñanza escolar deben basarse sobre todo en la práctica secuenciada y en la repetición de elementos divididos en pequeñas partes, como pensaban los conductistas. Para Ausubel, aprender es sinónimo de comprender, por lo que lo que se comprenda será lo que se aprenderá y recordará mejor porque quedará integrado en nuestra estructura de conocimientos. Carretero, (1997)

En el presente trabajo, se propone que el alumno se involucre implícitamente con los temas de cálculo diferencial, al desarrollar una serie de experimentos que le permitan construir su propio conocimiento, a la vez que se promueve en el estudiante un aprendizaje significativo, ya que de acuerdo con las ideas de Ausubel, el alumno se apropiará adecuadamente del conocimiento si logra comprenderlo y observar la utilidad que tiene en su vida futura.

Por otra parte, de acuerdo con el planteamiento de Vygotsky, los factores genéticos juegan un rol menor en el desarrollo del individuo, mientras que los factores sociales son absolutamente determinantes para tal efecto, ya que dependen de las interacciones entre la persona que aprende y los individuos mediadores de la cultura, para lo cual la educación constituye una de las fuentes más importantes para el desarrollo de los miembros de la especie humana. Vielma, (2000)

Una de las ideas de Vygotsky es la zona de desarrollo próximo, la cual es la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a

través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con un compañero más capaz. Carretero, (1997)

En ésta tesis, de acuerdo con los planteamientos de Vygotsky, se pretende que el alumno tenga la posibilidad de complementar sus conocimientos y de mejorar su nivel de desarrollo potencial mediante el desarrollo de los experimentos de cálculo diferencial.

Por su parte, Piaget propone que el desarrollo está regido por la consolidación de estructuras mentales representativas del conocimiento, reguladas por los fundamentos biológicos del desarrollo, así como por el impacto de los factores de maduración. Estas estructuras, organizadas en categorías denominadas sensorio motrices, preoperacionales, concretas y abstractas, dependen de un ambiente social apropiado e indispensable para que las potencialidades del sistema nervioso se desarrollen. Vielma, (2000)

Con base en las ideas de Piaget, el presente trabajo constituye un apoyo para que el estudiante complemente su aprendizaje realizando acciones que le permitan implícitamente apropiarse del conocimiento, ya que al realizar los diferentes tipos de experimentos, se promueve en ellos un avance en la maduración de sus estructuras mentales.

Las competencias en la Educación

Desde mediados de la década de los noventa, en el campo de la educación se pueden encontrar muy diversas formulaciones y expresiones en torno al tema de las competencias, entre las que destacan: formación por competencias, planes de estudio basados en el enfoque por competencias, propuestas educativas por competencias, etc. Díaz Barriga, (2006)

De igual forma, continúa diciendo que la perspectiva centrada en las competencias se presenta como una opción alternativa en el terreno de la educación, con la promesa de que permitirá realizar mejores procesos de formación académica.

Por su parte, Romero (2005) dice que una competencia es el desarrollo de una capacidad para el logro de un objetivo o resultado en un contexto dado, refiriéndose esto a la capacidad de la persona para dominar tareas específicas que le permitan solucionar las problemáticas que le plantea la vida cotidiana.

Las competencias orientan la intervención educativa al logro de capacidades en el estudiante, y a conseguir que paulatinamente éste adquiera niveles superiores de desempeño, por lo que requieren una base sólida de conocimientos y ciertas habilidades, integrados para el logro de un mismo propósito en un determinado contexto. SEP, (2008)

Así mismo, continúa diciendo que tanto para el enfoque de competencias, como para el constructivismo, es más importante la calidad del proceso de aprendizaje que la cantidad de datos memorizados, por lo que los estudiantes eficaces deberán ser capaces no tanto de almacenar los conocimientos sino de saber dónde y cómo buscarlos y procesarlos adecuadamente.

De Allende citado por la SEP (2008) menciona que las competencias son capacidades que la persona desarrolla en forma gradual y a lo largo de todo el proceso educativo, las cuales se dividen en competencias relacionadas con la formación profesional en general (competencias genéricas) o con un área de conocimiento (competencias disciplinares).

En esta tesis, al llevar a cabo los experimentos de cálculo diferencial, se tiene la posibilidad de que el estudiante aprenda realizando actividades diversas que promuevan el desarrollo de competencias genéricas y disciplinares, mismas que le van a ser de gran utilidad en su formación personal.

Por su parte, SEP (2008) menciona que con el desarrollo de competencias se definen aquellos desempeños terminales que el egresado del bachillerato debe alcanzar, mediante la existencia de distintos planes de estudio con un MCC, delimitado por tres conjuntos de competencias y conocimientos a desarrollar:

- **Competencias genéricas.** Son aquellas que todos los bachilleres deben estar en capacidad de desempeñar, las que les permiten comprender el mundo e influir en él, les capacitan para continuar aprendiendo de forma autónoma a lo largo de sus vidas, y para desarrollar relaciones armónicas con quienes les rodean y participar eficazmente en su vida social, profesional y política a lo largo de la vida. Otra de las características de las competencias genéricas es que son transversales (ya que no se restringen a un campo específico del saber ni del quehacer profesional) y transferibles (debido a que refuerzan la capacidad de los estudiantes de adquirir otras competencias). (SEP, 2008)
- **Competencias disciplinares.** Son los conocimientos generales y comunes a todo estudiante de bachillerato, sustentado en los conocimientos, habilidades y actitudes de todas las disciplinas y que se agrupan en 4 puertos de conocimiento: Matemáticas, Comunicación, Las ciencias experimentales y las histórico sociales. SEP (2009)
- **Competencias profesionales.** SEP (2008) dice que las competencias profesionales son aquellas que se refieren a un campo del quehacer laboral, tratándose del uso particular del enfoque de competencias aplicado al campo profesional y se dividen en profesionales básicas y profesionales extendidas.

FUNDAMENTOS DISCIPLINARES

El Aprendizaje de las Matemáticas

En el ámbito de las Matemáticas, Castillo (2008) dice que un individuo que aprende matemáticas desde el punto de vista constructivista, debe llevar a cabo la interacción activa con los objetos matemáticos, por lo que es preciso que dichos objetos se presenten inmersos en un problema, no en un ejercicio.

De igual manera, continúa diciendo que las situaciones problemáticas introducen un desequilibrio en las estructuras mentales del alumno, de tal manera que en la búsqueda de ese acomodamiento, se genera la construcción del conocimiento.

En esta tesis, con la realización de los experimentos de cálculo diferencial, se promueve que el alumno construya su conocimiento al interactuar con los materiales y analizar las diferentes situaciones planteadas en busca de que el estudiante logre un aprendizaje significativo.

Por otra parte, Díaz Barriga (2002) menciona que, al buscar una formación integral del individuo en el bachillerato, donde se incluye una visión amplia y universal de las disciplinas científicas humanas, es necesario que las matemáticas no se presenten como algo apartado e independiente de los demás, sino que se haga énfasis en que las matemáticas tienen una variedad de aplicaciones y un fuerte vínculo con las demás ciencias.

De igual manera, continúa diciendo que las matemáticas abarcan en el currículo del bachillerato una parte importante del total de los cursos que se imparten, ya que representa alrededor de la quinta parte de ellos, y son asignaturas que permiten al alumno interpretar algunos hechos de su entorno a través de modelaciones o de resultados matemáticos.

El aprendizaje del cálculo diferencial

Particularmente, en el caso del cálculo diferencial, esta asignatura es considerada como una de las más importantes en el bachillerato, ya que en ella se conjugan los métodos algebraicos y geométricos, permitiendo que todo aquello que se estudió previamente, tenga una aplicación conjunta e integral. Díaz Barriga (2002)

De esta manera, continúa diciendo que el cálculo diferencial está altamente asociado con el análisis de la recta tangente a la curva de una función en un punto dado; o bien, referente a los procesos de cambio, en tanto éstos se consideren sólo como movimiento, los cuales incluyen procesos dinámicos, financieros, de población, etc.

El aprendizaje del cálculo puede resultar una experiencia educativa y muy estimulante, dado que está considerada como la base de gran parte de las matemáticas y de muchos de los más grandes logros del mundo moderno. Leithold (1997, p. 1 y 185)

Continúa diciendo que se puede destacar la importancia del cálculo en muchos campos, como por ejemplo, en la física, pues se trata de la medida de la intensidad de variación de un desplazamiento con respecto al tiempo; en biología, al estudiar la rapidez de la reproducción de bacterias; en química, al observar la velocidad o rapidez de una reacción química; en economía, al analizar conceptos como el ingreso marginal, costo marginal y utilidad marginal, que son intensidades o tasas de variación.

Con la realización de los experimentos planteados en este trabajo, se promueve que el estudiante participe de manera práctica con los conceptos de cálculo diferencial, a la vez que los relaciona con algunas situaciones de la vida cotidiana del alumno.

Definición de conceptos

En la presente tesis, de acuerdo a nuestra experiencia se manejan 4 conceptos básicos que constituyen los temas fundamentales de la asignatura de cálculo diferencial, los cuales son: Funciones, Límites, La derivada y aplicaciones de la derivada.

Se entiende por **función** a la relación entre dos variables de manera que a cada valor de la variable independiente, le corresponde uno y solo un valor de la variable dependiente. Comúnmente se representan como $y = f(x)$ y se clasifican en funciones algebraicas y funciones trascendentes.

Por otra parte, un **límite** es el valor al que se acerca una función cuando el valor de la variable independiente se acerca a un determinado valor. Cuando esta situación ocurre, se dice que “Tiende a” ese valor. Se tiene la existencia de varios tipos de límites, de entre los cuales algunos son unilaterales (tienden a un determinado valor por un extremo de la función), otros son bilaterales, (los que tienden a un valor por ambos lados) y además aquellos que tienden a infinito.

En el caso de la **derivada**, ésta se maneja como una razón de cambio instantáneo de una variable con respecto a otra relacionada, siendo ésta generalmente el tiempo. Se pueden encontrar **aplicaciones de la derivada** en una gran variedad de situaciones de la vida cotidiana, dentro de las cuales se encuentran los siguientes ejemplos: la razón de cambio del precio de una pizza con respecto a su tamaño, la razón de cambio de la cantidad de litros que un automóvil consume con respecto a los kilómetros recorridos, la razón de cambio de la longitud de un resorte con respecto al peso aplicado, etc.

HERRAMIENTA DIDÁCTICA

Descripción de la Herramienta Didáctica.

La idea principal se centra en la elaboración de algunos experimentos sencillos que puedan llevarse a cabo fácilmente en el aula y que sirvan de demostración de algunos temas de la asignatura de cálculo diferencial, y otros que el estudiante diseñe y que le puedan servir de apoyo para apropiarse de los conocimientos y de las aplicaciones que se le pueden dar a los diversos temas de dicha asignatura.

Estando ciertos en que de acuerdo con nuestra experiencia para el aprendizaje de la asignatura de cálculo diferencial, es conveniente trabajar en 4 temas fundamentales, los cuales son: Funciones, Límites, La derivada y Aplicaciones de la Derivada; En cada uno de los temas mencionados, se presenta un experimento de diseño, uno de laboratorio, tres para ser elaborados extra-clase y uno de diseño, teniendo cada uno de ellos las siguientes características:

- a) **Experimento introductorio para la clase.** Dicho experimento lo realiza el maestro frente a sus estudiantes y sirve de pauta para dar inicio a las actividades de aprendizaje.
- b) **Experimento de laboratorio.** Al llevarlo a cabo, el alumno puede apropiarse del conocimiento del uso de los instrumentos de laboratorio como termómetros, matraces, cronómetros, etc., además de que puede encontrar la aplicación del cálculo diferencial en otras asignaturas y en la vida misma del estudiante.
- c) **Experimentos extra-clase.** Con ellos, el alumno puede reafirmar los conocimientos adquiridos en la materia, además de que puede complementarlos al trabajar en forma colaborativa con sus compañeros.
- d) **Experimento de diseño.** Aquí el alumno elabora un experimento en el que es posible que él mismo aplique sus conocimientos adquiridos a una situación práctica planteada por él mismo.

Formato de los Experimentos

En cada uno de los experimentos propuestos el formato utilizado es el siguiente:

1. **Nombre y número de experimento.** Se presenta secuencialmente el número de experimento y el nombre del mismo, el cual se relaciona con la actividad que se va a desarrollar.
2. **Tema Fundamental y Tipo de experimento.** En la parte superior derecha de cada experimento aparece el tema fundamental en el cual está incluido el experimento, y una imagen representativa del tipo de experimento, tratándose de alguna de las siguientes opciones:



Experimento de inicio



Experimento de laboratorio



Experimentos extra-clase



Experimento de diseño

3. **Acercándonos al tema.** Al inicio de cada experimento y con el fin de contextualizar al lector al tema que se esté estudiando aparece una pequeña introducción para iniciar el experimento, la cual se representa con la siguiente imagen:



4. **Objetivos y metas.** Cada uno de los experimentos muestra el objetivo y las metas perseguidas al desarrollar las actividades.

5. **Materiales utilizados.** Se incluye una lista de los materiales que se requieren para el desarrollo del experimento.
6. **Recomendaciones de Seguridad.** En aquellos casos donde exista posibilidad de riesgo de quemaduras u otros peligros, aparecen las recomendaciones de seguridad que se deben tomar en cuenta para evitar accidentes y la siguiente imagen:



7. **Procedimiento.** Se describen las actividades que se deben realizar en cada experimento.
8. **Tablas y gráficas.** En cada uno de los experimentos donde sea necesario, se anexan los formatos de tablas y gráficas que el alumno debe llenar para complementar su aprendizaje con la práctica realizada.

Competencias a desarrollar a través de la herramienta didáctica

Con la realización de los experimentos de cálculo diferencial, el alumno tiene la posibilidad de desarrollar las siguientes competencias:

a. Competencias Disciplinarias.

- Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
- Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades de los objetos que lo rodean.
- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.

- Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

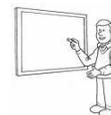
b. Competencias Genéricas.

- Piensa crítica y reflexivamente.
 - Al seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo; y también al ordenar la información de acuerdo a categorías, jerarquías y relaciones.
 - Al construir hipótesis y diseñar y aplicar modelos para probar su validez.
 - Al Sintetizar las evidencias obtenidas mediante la experimentación para producir conclusiones y formular nuevas preguntas.
- Se expresa y comunica.
 - Al expresar ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
- Aprende de forma autónoma.
 - Al definir metas y dar seguimiento a sus procesos de construcción del conocimiento.
 - Al identificar las actividades que le resultan de menor y mayor interés y dificultad, reconociendo y controlando sus reacciones frente a retos y obstáculos.
- Trabaja en forma colaborativa.
 - Al proponer maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos; o también al aportar sus puntos de vista con apertura y considerar los de otras personas de manera reflexiva.
 - Con su participación y colaboración efectiva en los equipos de trabajo, al aportar sus puntos de vista con apertura y considerar los de otras personas de manera reflexiva.

CAPÍTULO III DESARROLLO

“EXPERIMENTANDO EL CÁLCULO DIFERENCIAL”

UNIDAD I FUNCIONES



Experimento No. 1 “El carrito de pilas”



Estamos inmersos en situaciones en las que el movimiento de los cuerpos es fundamental para el desarrollo de la vida; observamos que cuando un objeto se mueve de un lugar a otro, su cambio de posición se realiza en un determinado tiempo, lo cual da lugar a una velocidad, que será mayor conforme se mueva más rápidamente dicho objeto.

Recordarás que en cursos pasados se ha ido avanzando desde los conocimientos iniciales de Aritmética y Álgebra, donde se trabajó con números y variables; los de geometría, en los que trabajaste con figuras y cuerpos geométricos; Trigonometría, en los que fueron analizadas las relaciones entre los lados y ángulos de los triángulos; hasta los de Geometría Analítica que te permitieron aprender a construir ecuaciones de las principales cónicas y a identificar las gráficas de algunas funciones de diversos tipos.

En esta ocasión, se da inicio al tema de funciones, en el cuál se observa la relación entre 2 variables en las que una depende de la otra; denominadas dependiente e independiente respectivamente. Para realizar lo anterior, se utilizará un carrito de pilas colocado sobre una superficie horizontal, realizando la medición del tiempo necesario para recorrer algunas distancias determinadas.

Objetivo:

- Analizar el cambio de una variable (Espacio) en función de otra (tiempo).

Metas:

- El alumno encontrará la relación que existe entre la distancia recorrida y el tiempo empleado en una función lineal.
- Se adquirirá la habilidad de graficar pares ordenados que permiten observar el comportamiento de una función lineal.

Materiales:

- Un carrito de pilas.
- Cinta masking tape.
- Marcador de punto fino.
- Cinta métrica.
- Varios cronómetros (Se pueden utilizar los incluidos en los celulares de los alumnos).
- Una superficie horizontal.

Procedimiento:

1. En una superficie horizontal se colocan marcas que indiquen la distancia cada 20 cm, con la ayuda de la cinta métrica y el masking tape.
2. Se coloca el carrito de pilas en la superficie horizontal y con la ayuda de varios cronómetros se pide a los estudiantes que en una distancia específica, cada uno de ellos mida el tiempo que tarda el carrito en llegar a ella. Registra los tiempos y desplazamiento.
3. Con los datos obtenidos, construye la Tabla 1 que muestre el Tiempo empleado por el carrito (segundos) para recorrer una determinada distancia (cm). (Ver Tabla 1)
4. Con los datos registrados en la Tabla 1, construye la gráfica correspondiente donde muestre la distancia recorrida por el carrito en función del tiempo.

Tabla 1

Distancia (Cm)	Tiempo (Seg)
20	
Incrementos de 20 cm	
200	

5. Se pide al estudiante que conteste las siguientes preguntas:
- ¿Qué observaste?
 - ¿Existe relación entre el tiempo necesario y la distancia recorrida?
 - ¿Qué tipo de función es?
 - ¿La función es creciente o decreciente?
 - ¿Se podría encontrar el tiempo que debe transcurrir para recorrer una determinada distancia x ?

UNIDAD I FUNCIONES

Experimento No 2 “Calentando agua”



La evaporación es un proceso físico que consiste en el pasaje lento y gradual de un estado líquido hacia un estado gaseoso, en función de un aumento natural o artificial de la temperatura. Si se calienta un líquido, se llega a una temperatura en la cual se comienzan a formar burbujas dentro del líquido, las cuales salen al exterior y es lo que se conoce como punto de ebullición; comúnmente cuando el agua llega a este punto, se dice que “comienza a hervir” y la velocidad con la que se llegue a ese punto determinado, depende de la presión y de la temperatura aplicada al líquido.

En el caso del agua, cuando se tiene una presión de 1 atmósfera, la temperatura de ebullición es 100°C , pero ésta puede variar dependiendo de la presión existente en el lugar en el que se realiza dicho calentamiento del agua.

En el presente experimento podrás observar lo que sucede al aplicar una cantidad de energía calorífica diferente a 2 matraces que contienen la misma cantidad de agua, lo cual permite que la variación de temperatura con respecto al tiempo transcurrido tenga un comportamiento diferente y por lo tanto razones de cambio distintos.

Objetivo.

- Observar los diferentes cambios de Temperatura del agua con respecto al tiempo transcurrido y sus variaciones respecto a la intensidad de la flama que se le aplique.

Metas.

- Desarrollará habilidad en el uso de algunos instrumentos de laboratorio.
- Comprenderá que la cantidad de flama aplicada influye directamente en el tiempo que tarda en llegar el agua al punto de ebullición.

- Sabrá que el modificar la variable independiente ocasiona que haya cambios en la variable dependiente o función.

Materiales.

- 2 termómetros.
- 0.5 litro de agua.
- 2 matraces con capacidad de 250 mililitros cada uno.
- 2 mecheros de Bunsen.
- 2 telas de asbesto.
- 1 Cronómetro.

Procedimiento

1. Colocar 2 litros de agua en cada recipiente de aluminio.
2. Con el Termómetro medir la temperatura del agua, la cual vamos a considerar como "Temperatura inicial". Registra el valor obtenido.
3. Encender los mecheros de Bunsen y regular las flamas de tal manera que la intensidad de una flama sea grande y la otra sea pequeña.



Nota: Recuerda que vas a estar trabajando con material cuya temperatura va a ser elevada, por lo que se recomienda que extremes precauciones en el uso de todo el material.

4. Acercar los recipientes a flamas diferentes y realiza mediciones de las temperaturas del agua cada minuto.
5. Con los datos obtenidos, construye la tabla 2 que muestre la Temperatura de los Matraces con respecto al tiempo transcurrido. (Ver Tabla 2).
6. Continuar con las mediciones y los registros hasta que el agua llegue al punto de ebullición del agua.
7. Construir la representación grafica de las temperaturas del agua con respecto al tiempo transcurrido.

Tabla 2

Tiempo (Min).	Temperatura del matraz 1 (Flama de baja intensidad)	Temperatura del matraz 2 (Flama de alta intensidad)
0		
Incrementos de 1 Min.		
30		

8. Se pide al estudiante que conteste las siguientes preguntas:
- ¿Qué observaste?
 - ¿Las razones de cambio de las temperaturas fueron iguales?
 - ¿En cuál de los recipientes el agua llegó primero a la temperatura de ebullición? ¿Por qué?
 - Teóricamente la temperatura de ebullición es de 100°C ¿Cuál es el valor de la Temperatura de ebullición que observaste? ¿Por qué no coinciden?
 - ¿Cuál de las 2 graficas muestra una razón de cambio mayor? ¿Por qué?



Experimento No. 3 “Vaciando botellas”



En la vida cotidiana, existen situaciones que comúnmente las consideramos como muy sencillas, pero al analizarlas nos percatamos que pueden ser interesantes; de hecho, en nuestro mundo, unas cosas dependen de otras, es decir que son funciones de ellas, por lo que, al cambiar o modificar una de ellas, la otra sufre un cambio también.

Recuerda que cuando se hace pasar un fluido por un conducto, la velocidad que adquiera el líquido depende de varios factores como su viscosidad y el área de la sección transversal, por ello, si se modifica una de las variables, se verá afectada la velocidad con la que el fluido pase por el conducto.

En el presente experimento se van a utilizar varias botellas cilíndricas de polietileno, a las que se les realizarán perforaciones diferentes con el fin de observar la relación que existe entre la medida del agujero hecho en la parte inferior de una botella y el tiempo de vaciado de la misma.

Objetivo.

- Observar como varía el tiempo de vaciado de una botella con respecto a la medida del agujero de salida y el límite al que se acerca dicho valor.

Metas.

- Adquirirá la habilidad de medir el tiempo de realización de un determinado experimento.
- Encontrará la relación que existe entre la medida del agujero y el tiempo de vaciado de una botella.
- Conocerá el comportamiento gráfico de la función.

Materiales.

- Botellas cilíndricas de jugo con capacidad de 500 ml.
- Taladro.
- Brocas de diferentes medidas.
- Cronómetro.
- Regla.
- Papel y lápiz.

Procedimiento.

1. En la parte inferior y hacia un lado de la botella, se hace una perforación utilizando una broca de 2 mm de diámetro.
2. Tapando dicho agujero con un dedo, llenar la botella de agua hasta el borde.
3. Quitar el dedo del agujero y con el cronómetro verificar el tiempo que tarda en vaciarse completamente la botella. Registra el tiempo obtenido.
4. Repetir los pasos 1,2 y 3 empleando medidas de agujero cada vez mayores (4 mm, 6 mm, 8 mm, etc.)
5. Con los datos obtenidos, construye la tabla 3 que muestre el Tiempo de Vaciado de la botella con respecto a la medida del agujero. (Ver Tabla 3)

Tabla 3

Medida del agujero (mm)	Tiempo de vaciado (Seg)
2	
Incrementos de 2 mm	
16	

6. Construir la representación Gráfica que indique el comportamiento del tiempo de vaciado con respecto de la medida del agujero de la botella.
7. Contesta las siguientes preguntas:
 - a. ¿Qué observaste?

- b. ¿Qué tipo de función se observa?
- c. ¿Qué sucede cuando el diámetro del agujero es demasiado pequeño?
- d. ¿Podríamos estimar para cualquier diámetro permisible de agujero el tiempo de vaciado de la botella?
- e. ¿Qué sucedería si en lugar de disminuir el diámetro del agujero este se incrementara?
- f. ¿Cuál es el valor al que se acerca el tiempo de vaciado conforme disminuye el diámetro del agujero?

Experimento No. 4 “Acercándose al círculo”



La observación de la naturaleza nos muestra la existencia de las diferentes formas de los cuerpos materiales que la componen, las cuales por necesidades prácticas, el desarrollo de técnicas usadas para medir, construir o desplazarse, llevaron al hombre a hacer uso de las diversas propiedades de las figuras geométricas, dando lugar al manejo de los perímetros, áreas y volúmenes.

El patio de tu escuela, una cancha de fútbol, los muebles de una casa o una tuerca son algunos de los innumerables ejemplos en donde se pueden apreciar figuras geométricas.

Generalmente, observamos a las figuras geométricas como independientes entre sí, siendo que la relación que existe entre ellas es mucha. En el caso de las figuras regulares y el círculo, ésta relación es muy interesante, debido a que si incrementamos el número de lados de un polígono regular, significará que estamos dividiendo en más partes iguales a los 360° existentes en un círculo, acercándose cada vez más al círculo.

En el presente experimento, podrás verificar dicha relación y observar la manera en que las figuras regulares se acercan al círculo conforme aumentamos su número de lados.

Objetivo:

- Observar la aplicación sencilla de un límite en la geometría plana y particularmente en el acercamiento al círculo.

Metas:

- Encontrará la relación existente entre las figuras regulares y el círculo.

- Comprenderá que entre más lados tenga una figura, más semejanza tendrá con el círculo.
- Conocerá el comportamiento gráfico de una función decreciente.

Materiales:

- Papel.
- Transportador.
- Regla.
- Compás.
- Lápiz.

Procedimiento

1. Con la ayuda de un compás, dibuja un círculo con un diámetro de 6 cm.
2. Empleando el transportador y sabiendo que un polígono regular inscrito en el círculo puede tener n lados posibles, dibuja un triángulo equilátero.
3. Registra la medida del lado del triángulo en la tabla 3.
4. Repite los pasos 1, 2 y 3 dibujando un cuadrado, luego un pentágono, un hexágono, etc. Registra la longitud del lado en cada caso.
5. Con los datos obtenidos, construye la tabla 4 que indique la longitud del lado de la figura geométrica con respecto al número de lados del polígono. (Ver tabla 4).

Tabla 4

Numero de lados del polígono	Longitud del lado (mm)
3	
Incrementos de 1 lado	
12	

6. Construye la gráfica que muestre la longitud del lado del polígono con respecto al número de lados.
7. Contesta las siguientes preguntas:

- a. ¿Qué observaste?
- b. ¿Existe relación entre el número de lados y la longitud de ellos?
- c. ¿A qué valor se están acercando las longitudes de los lados conforme aumentan el número de ellos?
- d. Si se continúa con el procedimiento ¿Qué figura se formaría?

Experimento No. 5 “Crecimiento poblacional”



 La población de México está conformada por personas con características diversas, que comparten entre otras cosas el territorio, la historia, el idioma y algunas costumbres. Para conocer las características más importantes de los habitantes de México, el INEGI realiza cada 10 años los Censos Nacionales de Población y Vivienda y en los años intermedios terminados en 5, los Conteos de Población.

En complemento a los eventos censales, lleva a cabo en forma permanente encuestas que permiten obtener información más detallada sobre algunas características de la población, a la vez que se aprovechan los datos que se captan en los registros administrativos de distintas instituciones que permiten obtener información sobre matrimonios, delitos, salud, etc.

En el presente experimento, al investigar los datos provenientes del INEGI, tendrás la posibilidad de representar gráficamente a la cantidad de habitantes de tu comunidad con respecto al tiempo transcurrido y verificar el tipo de función que se forma al representarla gráficamente.

Objetivo.

- Analizar el comportamiento de la cantidad de población de una comunidad con respecto al tiempo transcurrido.

Metas.

- Conocerá el comportamiento de una función exponencial.
- Comprenderá la relación que existe entre la cantidad de población y el tiempo transcurrido.
- Adquirirá la habilidad de graficar funciones exponenciales.

- Investigará como se ajusta una curva de tipo exponencial.

Práctica de Investigación al INEGI

1. Solicitar al estudiante que acuda a las oficinas más cercanas del INEGI a solicitar información referente a los índices poblacionales de su comunidad de los últimos 50 años.
2. Sugerirle que se apoye para obtener la información en Internet y que registre los datos obtenidos en la Tabla 5 que muestre el número de habitantes de tu comunidad. (Ver Tabla 5)

Tabla 5

Año	Cantidad de población
1955	
Incrementos de 5 años	
2000	

3. Analizar la información obtenida y construir la gráfica 5 que represente la cantidad de población con respecto al tiempo expresado en años.
Nota: Se recomienda al alumno que utilice alguna herramienta de la informática como el Excel para construir dicha gráfica.
4. Si utilizaste alguna herramienta como el Excel, ajusta la curva lo mejor posible.
5. Solicitar al estudiante que conteste las siguientes preguntas:
 - a. ¿Qué observaste?
 - b. ¿Qué tipo de función es?
 - c. ¿Qué diferencia encuentras respecto a otras funciones que conoces?
 - d. ¿Con cuál tipo de curva se ajusta mejor la función?

UNIDAD I FUNCIONES

Experimento No 6 “Diseño”



Instrucciones.

De acuerdo a los conocimientos adquiridos en el tema de Funciones, elabora un experimento de diseño que cumpla con los siguientes objetivos:

- Utilizar, representar e interpretar modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, geométricos y variacionales y/o de las tecnologías de la información y la comunicación, para la comprensión de situaciones reales o formales.
- Compara dos o más variables o números, de tal manera que se establezca o analice su relación, y permita determinar, estimar o aproximar el comportamiento de fenómenos del entorno social o natural.
- Utiliza las mediciones como instrumentos, para representar y contrastar matemáticamente las dimensiones espaciales, estructurales y funcionales del ambiente que nos rodea.
- Opera y relaciona de diferentes maneras las formas de eslabonamiento entre los símbolos o procesos matemáticos y los aplica al estudio de fenómenos específicos.

Forma de evaluar:

- **35 % Cumplimiento de los objetivos.**

No. de objetivos cumplidos	Calificación
4	100
3	75
2	50
1	25

• **10 % Tipo de materiales empleados.**

Tipo de material	Calificación
1 o varios materiales reciclados	100
Materiales no reciclados	50

Nota: Se recomienda que el costo total de tu experimento de diseño no sea superior a 100 pesos.

• **10% Factibilidad.**

Si funcionó	100
No funcionó	50

• **35% Presentación.**

Porcentaje	Concepto	Si	No
7 %	Exposición (participación general)		
7 %	Proyecto en Físico		
7 %	Presentación de <i>Power Point</i>		
7 %	Documento escrito.		
7 %	Argumentación (preguntas y respuestas)		

• **10 % Coevaluación.**

Cada equipo de trabajo le proporcionará una calificación de acuerdo al trabajo realizado por el equipo participante para posteriormente promediar las calificaciones de los equipos.

UNIDAD II LÍMITES

Experimento No 7 “La Tira de Papel”



El concepto de límite es la base fundamental con la que se construye el cálculo infinitesimal, ya sea el diferencial o el integral, y de manera informal se dice que el límite es el valor al que tiende una función cuando la variable independiente tiende a un número determinado o al infinito.

El que la variable independiente se acerque a un determinado valor implica la posibilidad de que se analice el acercamiento por un lado o por ambos lados, con lo cual se puede verificar también si se trata de un límite unilateral o bilateral en su caso.

En el presente experimento te podrás dar cuenta de que los límites son parte fundamental de nuestra vida diaria, y que es posible demostrar su existencia con experimentos sencillos y fáciles de interpretar.

Objetivo.

- Comprender que los límites son parte fundamental de nuestra vida diaria y que podemos encontrarlos muy fácilmente en cualquier lugar.

Metas.

- Sabrá que un límite lo puede encontrar fácilmente en su vida cotidiana.
- Entenderá que con un ejercicio simple se puede comprender fácilmente un tema tan interesante como el de los límites.

Materiales:

- Una tira de papel.
- Tijeras.
- Regla.

- Lupa.
- Cúter.

Procedimiento:

1. Tomar la tira de papel, medir su longitud y realizar un corte a la mitad.



Nota de Seguridad: Recuerda que el cúter y las tijeras pueden ocasionar daños a la salud, por lo que se te recomienda la debida seriedad y cuidado en el uso de estos instrumentos.

2. Realizar el paso anterior cuantas veces sea posible efectuando dicha actividad con la mayor exactitud posible.
3. Cuando ya no sea posible realizar el corte a la mitad, se hace mención de que pudiéramos continuar realizando cortes a la mitad con cantidades cada vez más pequeñas empleando instrumentos de mayor precisión.
4. Se solicita al estudiante que conteste las siguientes preguntas:
 - a. ¿Cuál es el valor al que la cantidad de material por recortar se está acercando?
 - b. ¿Se pudiera llegar a él?
 - c. ¿Cuál será el límite al que la cantidad de material se acerca en cada corte realizado?

UNIDAD II LÍMITES

Experimento No 8 “Las Telas”



Las telas son estructuras laminares flexibles que resultan de la unión de hilos o fibras de manera coherente entrelazados y que pueden tener una gran variedad de estilos, colores, grosores y por supuesto aplicaciones; en su fabricación, una tela puede ser tejida o trenzada para lo cual primeramente se fabrica el hilo y después la tela.

El contenido de humedad existente en una tela es la cantidad de agua que ésta contiene en un determinado momento. Una forma de conocer el contenido de humedad es pesar la muestra antes y después de someterla a un determinado proceso de secado.

En el presente experimento nos encontramos con tres tipos de telas, que tienen características diferentes, las cuales al humedecerse reaccionan de diferente manera, logrando con esto tiempos de secado diferentes.

Objetivo:

- Analizar las diferencias entre las diferentes velocidades de secado de las telas y observar el comportamiento de una variable cuando tiende al infinito.

Metas:

- Observará que la misma cantidad de masa de diferentes telas ocupa diferente espacio.
- Adquirirá la habilidad del uso de instrumentos como la báscula y el cronómetro.
- Comprenderá lo que sucede con un límite cuando tiende al infinito.

Materiales:

- 150 gr de cada una de las siguientes telas:

- Nylon.
- Lana
- Franela
- Una báscula.
- Un recipiente con capacidad de 3 litros.
- 2 litros de agua.
- Cronómetro.
- Ventilador.

Nota: El experimento se puede realizar empleando simplemente cantidades iguales de los 3 tipos de telas, por lo que no es necesario que sean exactamente 150 g. de cada una de ellas.

Procedimiento:

1. Pesar cada una de las telas y verificar que se cuente con la misma masa en cada una de ellas.
2. Se vierten los 2 litros de agua en el interior del recipiente.
3. Se sumergen en el agua uno a uno los 3 tipos de telas.
4. Empleando la fuerza normal de una misma persona, sacar las 3 telas, una a la vez, dándoles un ligero exprimido hasta que la razón de goteo sea menor a 5 gotas cada 10 segundos.
5. Después, se pesa la masa de cada una de las telas. Registra la masa obtenida.
6. Se colocan las 3 telas a una misma distancia del ventilador de tal manera que les llegue la misma cantidad de flujo de aire.
7. Al transcurrir dos minutos, se vuelve a pesar la masa de cada una de las telas. Registra las masas obtenidas.
8. Se repiten los pasos 5, 6 y 7 hasta que la diferencia entre la masa final e inicial (antes de humedecerse) sea despreciable, es decir, que nuevamente llegue a tener aproximadamente 150 gr.

Nota: Es muy probable que una tela se aproxime con más rapidez que otra a 150 gr, por lo que debes continuar con las demás telas hasta que se llegue a la masa deseada.

9. Con los datos obtenidos, construye la tabla 6 en la que se muestre las diferentes masas de las telas. (Ver Tabla 6)

Tabla 6

Tiempo (min)	Nylon (g)	Lana (g)	Franela (g)
t_0			
Incrementos de 2 min			
20			

10. Se construye la grafica del comportamiento de los 3 cambios de masa con respecto al tiempo transcurrido.
11. Se realiza el cálculo de varias razones de cambio entre un segundo determinado y otro y se comparan entre sí.
12. Se pide al estudiante que responda las siguientes preguntas:
 - a. ¿Las razones de cambio fueron iguales?
 - b. ¿Por qué pierden humedad de manera diferente las telas?
 - c. ¿Cuál es el límite de humedad al que se acercaron las telas?
 - d. ¿Consideras posible que en alguna tela se reduzca aún más el valor de la humedad de las telas?

Experimento No. 9 “Figuras Inscritas en el Circulo”



La observación de la naturaleza nos muestra la existencia de las diferentes formas de los cuerpos materiales que la componen, las cuales por necesidades prácticas, el desarrollo de técnicas usadas para medir, construir o desplazarse, llevaron al hombre a hacer uso de las diversas propiedades de las figuras geométricas, dando lugar al manejo de los perímetros, áreas y volúmenes.

El patio de tu escuela, una cancha de fútbol, los muebles de una casa o una tuerca son algunos de los innumerables ejemplos en donde se pueden apreciar figuras geométricas.

Generalmente, observamos a las figuras geométricas como independientes entre sí, siendo que la relación que existe entre ellas es mucha. En el caso de las figuras regulares y el círculo, dicha relación es muy interesante, debido a que si incrementamos el número de lados de un polígono regular, va a significar que estamos dividiendo en más partes iguales a los 360° existentes en un círculo, acercándose cada vez más al círculo.

En el presente experimento, podrás verificar dicha relación y observar la manera en que las figuras regulares se acercan al círculo conforme aumentamos su número de lados, con lo que es posible obtener diferentes perímetros de las figuras inscritas en él.

Objetivo:

- Observar la aplicación sencilla de un límite en la geometría plana y particularmente con las figuras regulares inscritas en el círculo.

Metas:

- Encontrará la relación existente entre las figuras regulares y el círculo.
- Comprenderá que entre más lados tenga una figura, más se va a acercar al círculo.
- Conocerá el comportamiento gráfico del perímetro de una figura conforme se incrementa el número de lados.

Materiales:

- Papel.
- Transportador.
- Regla.
- Compás.
- Lápiz.

Procedimiento

1. Con la ayuda de un compás, dibuja un círculo con un diámetro de 6 cm.
2. Empleando el transportador y sabiendo que un polígono regular inscrito en el círculo puede tener n lados posibles, dibuja un triángulo equilátero y calcula su perímetro. Registra su valor.
3. Repite los pasos 1 y 2 dibujando un cuadrado, luego un pentágono, un hexágono, etc., incrementando el número de lados cuantas veces sea posible.
4. Con los datos obtenidos, construye la tabla 7 que represente el perímetro de la figura inscrita con respecto al número de lados. (Ver Tabla 7)

Tabla 7

Numero de lados	Perímetro (mm)
3	
Incrementos de 1 lado	
12	

8. Construye la representación grafica del comportamiento de los perímetros con respecto al número de lados del polígono regular.
9. Contesta las siguientes preguntas:
 - a. ¿Qué observaste?
 - b. ¿Existe relación entre el número de lados y el perímetro de las figuras inscritas?
 - c. ¿A qué valor se están acercando los perímetros obtenidos conforme aumentan el número de lados?
 - d. Sabiendo el valor del radio r del círculo calcula su perímetro ¿Qué relación encuentras entre el perímetro del círculo y los perímetros de las figuras inscritas?

Experimento No. 10 “El Resorte”



Se conoce como muelle o resorte a un operador elástico, que puede ser de distintos materiales como el acero al carbono, acero inoxidable, acero al cromo silicio, cromo-vanadio, bronce, plástico, entre otros y, que es capaz de almacenar energía y desprenderse de ella sin sufrir deformación permanente cuando cesa el esfuerzo al que se le somete.

Los resortes pueden construirse de muchas formas y dimensiones y son empleados en una gran cantidad de aplicaciones, desde cables de conexión hasta disquetes, productos de uso cotidiano, herramientas especiales o suspensiones de vehículos; Su propósito, con frecuencia, se adapta a las situaciones en las que se requiere aplicar una fuerza y que esta sea retornada en forma de energía, y siempre están diseñados para ofrecer resistencia o amortiguar las presiones externas.

En el presente experimento, se va a analizar el cambio de longitud que sufre un resorte en función del peso pendiente de él, situación que nos muestra la relación existente entre las dos variables relacionadas.

Objetivo.

- Observar la razón de cambio de longitud de un resorte con respecto al peso aplicado y el límite al que se acerca dicha longitud.

Metas.

- Dominará el uso de la báscula y la cinta métrica.
- Comprenderá que el cambio de longitud de un resorte es función del peso aplicado y que dicha longitud se puede acercar a un límite.
- Adquirirá la habilidad de calcular el peso aplicado al resorte en función de la masa.

Materiales.

- Un resorte.
- Una cinta métrica.
- Una báscula.
- Un recipiente con capacidad de $\frac{1}{2}$ litro.
- 2 baldes con capacidad de 5 litros.
- 5 litros de agua.

Procedimiento

1. Colocar un resorte en forma vertical, sujetándolo de la parte superior de algo firme.
2. Medir la longitud del resorte y registrar dicha medida como “La longitud original”.
3. Pesar el balde, colocarlo en el extremo inferior del resorte y medir la nueva medida de longitud del resorte.
4. Agregar en el interior del balde $\frac{1}{2}$ litro de agua y medir la longitud del resorte. Registra las masas y las longitudes obtenidas.
5. Repetir el paso anterior hasta que el cambio en la longitud sea menor a 0.5 cm.
6. En cada uno de las mediciones, calcula el valor del peso aplicado aplicando la fórmula $w=mg$. Registra los pesos obtenidos.
7. Con los datos obtenidos, construye la tabla 8 que muestre la longitud del resorte con respecto al peso aplicado. (Ver Tabla 8)

Tabla 8

Masa (Kg)	Peso (N)	Longitud (Cm)
0		
Con el balde solo		
0.5		
Incrementos de 0.5 kg.		
2.5		

8. Construir la gráfica correspondiente que muestre la longitud del resorte con respecto del peso.

- 9.** Contestar las siguientes preguntas:
- a.** ¿Existe alguna relación entre las 2 variables?
 - b.** ¿A qué valor se acerca el peso que soporta el resorte?
 - c.** ¿Podríamos estimar la cantidad que va a variar la longitud del resorte para cualquier peso determinado que se encuentre dentro del límite?
 - d.** ¿Qué sucedería si incrementamos el peso agregado al resorte?

Experimento No 11 “Jugando con la Geometría”



El cuadrado es la figura geométrica formada por cuatro líneas rectas de igual longitud que se denominan lados, los cuales forman ángulos perfectamente rectos en los puntos de unión entre ellas, dando lugar a tener 4 ángulos interiores de 90° cada uno.

Dado que el triángulo y cuadrado son las figuras que más comúnmente observamos en nuestro alrededor, y al tener la facilidad de obtener sus áreas recordando un poco lo visto en la materia de geometría, resulta muy fácil demostrar en el presente experimento la aplicación de un límite a una de las asignaturas más interesante de la matemática como lo es la geometría.

Objetivo.

- Conocerá la aplicación de los límites a un ejercicio sencillo aplicado a uno de los campos de la matemática como lo es la Geometría.

Metas.

- Comprenderá una aplicación sencilla de los límites.
- Ejercitará el uso del juego de geometría.
- Calculará áreas de triángulos y sus sumatorias.

Materiales.

- Un pedazo de 8 cm. X 8 cm. de cartoncillo.
- Tijeras.
- Regla.
- Lápiz.

Procedimiento.

1. Calcular el área del cuadrado.
2. Medir los puntos medios de cada una de las aristas y trazar las líneas que los puedan unir formando un nuevo cuadrado en el interior.
3. Calcular el área del nuevo cuadrado y de cada uno de los triángulos de las esquinas. Registra las áreas obtenidas.
4. Repetir los pasos 2 y 3 en repetidas ocasiones y calcular la sumatoria de las áreas que se van obteniendo.
5. Con los datos obtenidos, construye la tabla 9, que muestre las áreas de los triángulos (cm^2) en cada uno de los trazos y su sumatoria. (Ver Tabla 9)

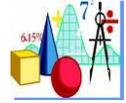
Tabla 9

Numero de Cuadrado	Sumatoria de los triángulos (cm^2)	Acumulación de las áreas (cm^2)
1		
Incrementos de 1 cuadrado		
10		

6. Construye la gráfica que muestre las siguientes relaciones:
 - a. El área de cada uno de los cuadrados con respecto a la cantidad de cortes hechos a la figura.
 - b. La sumatoria de las áreas de los triángulos con respecto a la cantidad de cortes realizados a la figura.
7. Observar el comportamiento de ambas curvas y contestar las siguientes preguntas:
 - a. ¿Qué tipo de relación hay entre las 2 variables?
 - b. ¿A qué valor se está acercando la suma de las áreas?
 - c. ¿Cuál es el límite de la sumatoria de las áreas?
 - d. ¿Cuál es el valor al que está tendiendo el área de los cuadrados?

UNIDAD II LÍMITES

Experimento No 12 “Diseño”



Instrucciones.

De acuerdo a los conocimientos adquiridos en el tema de Límites, elabora un experimento de diseño que cumpla con los siguientes objetivos:

- Utilizar, representar e interpretar modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, geométricos y variacionales y/o de las tecnologías de la información y la comunicación, para la comprensión de situaciones reales o formales.
- Compara dos o más variables o números, de tal manera que se establezca o analice su relación, y permita determinar, estimar o aproximar el comportamiento de fenómenos del entorno social o natural.
- Utiliza las mediciones como instrumentos, para representar y contrastar matemáticamente las dimensiones espaciales, estructurales y funcionales del ambiente que nos rodea.
- Opera y relaciona de diferentes maneras las formas de eslabonamiento entre los símbolos o procesos matemáticos y los aplica al estudio de fenómenos específicos.

Forma de evaluar:

- **35 % Cumplimiento de los objetivos.**

No. de objetivos cumplidos	Calificación
4	100
3	75
2	50
1	25

- **10 % Tipo de materiales empleados.**

Tipo de material	Calificación
1 o varios materiales reciclados	100
Materiales no reciclados	50

Nota: Se recomienda que el costo total de tu experimento de diseño no sea superior a 100 pesos.

- **10% Factibilidad.**

Si funcionó	100
No funcionó	50

- **35% Presentación.**

Porcentaje	Concepto	Si	No
7 %	Exposición (participación general)		
7 %	Proyecto en Físico		
7 %	Presentación de power point		
7 %	Documento escrito.		
7 %	Argumentación (preguntas y respuestas)		

- **10 % Coevaluación.**

Cada equipo de trabajo le proporcionará una calificación de acuerdo al trabajo realizado por el equipo participante para posteriormente promediar las calificaciones de los equipos.

UNIDAD III LA DERIVADA

Experimento No 13 “El Carrito”



En matemáticas y ciencias aplicadas, se denomina pendiente a la inclinación de un elemento ideal, natural o constructivo respecto de la horizontal considerada.

Recordarás que en tu curso de Geometría Analítica pudiste manejar el concepto de la pendiente y los ángulos de inclinación, los cuales son muy utilizados en la actualidad en los parámetros altimétricos de las carreteras, vías férreas, canales y otros elementos constructivos.

En el caso de experimentos como el que se va a llevar a cabo, se están considerando variaciones en el ángulo de la superficie, lo cual permite que exista una variación en la razón de cambio de espacio con respecto al tiempo transcurrido.

Objetivo:

- Comprobar la razón de cambio de espacio con respecto al tiempo transcurrido al variar el ángulo de inclinación de la superficie.

Metas:

- Comprenderá que al variar el ángulo de la superficie, la razón de cambio de espacio con respecto al tiempo se incrementa.
- Adquirirá la competencia del uso del cronómetro.
- Sabrá que cuando se modifica el valor de la variable independiente, la variable dependiente también varía.

Materiales:

- Un carrito.
- Un cronómetro.

- Una superficie plana que pueda inclinarse fácilmente.
- Un transportador.
- Una cinta métrica.

Procedimiento:

1. Colocar el carrito sobre la superficie colocada horizontalmente y observar que no hay cambio de distancia con respecto al tiempo puesto que el carrito conserva su posición original.
2. Con una inclinación de 10° en la superficie y con el cronometro en ceros, se coloca el carrito en la parte más alta de la superficie y se suelta verificando con el cronómetro el tiempo que tardó en recorrer una distancia de 2 m. Registra el tiempo obtenido.
3. Se repite la operación anterior 3 veces y se promedian los tiempos que tardó el carrito en recorrer la misma distancia en la superficie inclinada.
4. Con los datos obtenidos, se construye la tabla 10 que muestre el tiempo necesario para que el carrito recorra los 2 m. (Ver Tabla 10)

Tabla 10

Inclinación (Grados)	Tiempo (Segundos)	Velocidad promedio (m/s)
10		
Incrementos de 10°		
90		

5. Se calculan las razones de cambio promedio aplicando la formula:

$$\Delta S/\Delta T = (S_2-S_1)/(T_2-T_1)$$

6. El resultado del cociente anterior es la velocidad promedio del carrito en m/s de acuerdo a la inclinación determinada.
7. Se registra la velocidad promedio en la última columna de la tabla 10.

8. Se desarrollan los pasos del 1 al 7 cambiando el ángulo de inclinación a 20° , 30° y 40° , etc. hasta que el cambio de la velocidad entre una inclinación y otra sea prácticamente la misma.
9. Se construyen las representaciones gráficas del tiempo transcurrido y la velocidad promedio con respecto a la inclinación de la superficie.
10. Se pide al estudiante que responda a las siguientes preguntas:
 - a. ¿Las razones de cambio fueron iguales?
 - b. ¿Por qué son mayores unas que otras?
 - c. ¿Qué relación hay entre el valor de la pendiente y la velocidad que adquiere el carrito?

UNIDAD III LA DERIVADA

Experimento No 14 “Los Vasos”



El material de un vaso es una característica importante ya que debe contener al líquido sin contaminarlo y sin deshacerse. El vaso suele estar hecho de un solo material y de acuerdo al uso al que vaya a estar destinado es el tipo de material que se va a utilizar en su elaboración.

El vidrio es el material por excelencia de los vasos al punto que en lenguas como el inglés, el alemán o el francés se usa la misma palabra para vaso y vidrio: glass, Glas verre, respectivamente.

Además del vidrio, los vasos pueden ser fabricados en distintos materiales como poliestireno, papel, metal o cerámica y la forma más común es en forma de cilindro o de cono truncado con un fondo de material más grueso para soportar la temperatura.

En el presente experimento se podrá comprobar de manera práctica las propiedades térmicas de algunos vasos construidos con materiales diferentes.

Objetivo:

- Observar los diferentes cambios de Temperatura del agua con respecto al tiempo transcurrido y sus variaciones respecto al recipiente que los contiene.

Metas:

- Adquirirá la habilidad de usar instrumentos de laboratorio como el termómetro, el matraz y el mechero de Bunsen.
- Comprenderá la importancia del material cuando se requiere conservar la temperatura del líquido contenido en el interior.

Materiales.

- 4 termómetros de tipo ambiental.
- 1 litro de agua.
- 1 matraz.
- 1 telas de asbesto.
- 1 mecheros de Bunsen.
- 3 vasos de diferentes tipos pero que tengan la misma superficie expuesta:
 - 1 vaso de vidrio con capacidad de 250 mililitros.
 - 1 vaso de tipo térmico de poliestireno con capacidad de 250 mililitros.
 - 1 vaso de poliestireno normal con capacidad de 250 mililitros.
- 1 Cronómetro.

Procedimiento

1. Colocar el agua en el matraz.
2. Con el Termómetro medir la temperatura del agua, colocar el matraz sobre la malla y acercarlo a la flama previamente regulada.



Nota de Seguridad: Recuerda que vas a estar trabajando con materiales cuya temperatura puede ocasionar quemaduras, razón por la que se te recomienda que extremes precauciones al realizar esta práctica.

3. Calentar el agua hasta que llegue a una temperatura de 60 °C.
4. Verter el agua en cada uno de los vasos y medir con el termómetro la temperatura de cada uno de los vasos, teniendo cuidado que el termómetro se encuentre flotando mientras se realiza la medición, la cual se va a considerar como temperatura inicial, se registran dichas temperaturas.
5. Se miden las temperaturas del agua de cada uno de los recipientes a intervalos de dos minutos hasta que el cambio de temperatura sea menor a 0.1 °C en cada uno de los vasos. Registra las temperaturas obtenidas.

6. Con los datos obtenidos, construye la tabla 11 que muestre la temperatura de los vasos con respecto al tiempo. (Ver Tabla 11)

Tabla 11

Tiempo (Min)	Temperatura (°C) Vaso de vidrio	Temperatura (°C) Vaso térmico de poliestireno	Temperatura (°C) Vaso normal de poliestireno
0			
Incrementos de 2 min.			
12			

7. Se construye la representación grafica de cada una de las variaciones de temperatura con respecto al tiempo transcurrido.
8. Se pide al estudiante que conteste las siguientes preguntas:
- ¿Qué pudiste observar?
 - ¿Los cambios de temperatura fueron iguales?
 - ¿A que se deben las variaciones en la temperatura de los vasos?
 - ¿En cuál vaso fue en el que se registró un decremento mayor en la temperatura?
 - ¿Cuál vaso fue el que conservó mejor la temperatura? ¿A qué consideras que se le atribuye lo anterior?
 - ¿A qué valor se acercan las temperaturas de los vasos? ¿Por qué?
 - ¿Al transcurrir 4 minutos, cual es la razón de cambio de temperatura en cada uno de los vasos?

UNIDAD III LA DERIVADA

Experimento No 15 “Haciendo Ejercicio”



Las carreras de velocidad consisten en correr lo más rápido posible una distancia predeterminada: 60, 100, 200 o 400 metros planos. En atletismo, las carreras más cortas son las carreras de velocidad, las distancias reconocidas oficialmente son en pista cubierta sobre distancias de 50 y 60 metros y al aire libre sobre 100, 200 y 400 metros. Es frecuente también realizar carreras sobre 300 metros y excepcionalmente se hacen carreras sobre otras distancias con otros sistemas de medición, como por ejemplo yardas.

En este tipo de carreras, el atleta en la salida se encuentra semiincorporado, en unos apoyos fijados a la pista denominados tacos, así los corredores traccionan empujando los pies contra los tacos de salida (o block de salida), diseñados especialmente para sujetar al corredor colocados detrás de la línea de salida. Al sonido del disparo del juez de salida se lanza a la pista y corre a la máxima velocidad hacia la línea de meta, siendo fundamental una salida rápida.

En el presente experimento, tú podrás demostrar tus habilidades atléticas al recorrer una determinada distancia en el transcurso de un tiempo que va a variar de acuerdo a tu condición física y al empeño que le apliques a la actividad.

Objetivo:

- Analizar la razón de cambio de una variable con respecto a otra con un ejemplo del campo de la educación física.

Metas:

- Aplicará el concepto de razón de cambio en un campo diferente al de las ciencias.

- Adquirirá la habilidad de analizar las diferentes razones de cambio de espacio con respecto al tiempo de cada uno de los compañeros.
- Aprenderá a diferenciar entre las diferentes razones de cambio y el porqué de dichas diferencias.

Materiales:

- Una cinta métrica.
- Calculadora.
- Cronómetro.

Procedimiento:

1. Llevando a los estudiantes a la cancha de usos múltiples o bien al campo de futbol, se miden las dimensiones del lugar de tal manera que se obtenga el perímetro del lugar.
2. Se pide a los estudiantes uno a uno que hagan un poco de ejercicio dándole una vuelta a la cancha o al campo y con el cronómetro se realiza la medición del tiempo que emplea cada uno de ellos.
3. Se calculan las razones de cambio de espacio con respecto al tiempo de cada uno de los alumnos que participaron en la actividad aplicando la siguiente fórmula:

$$\Delta S / \Delta T = S_2 - S_1 / T_2 - T_1$$

4. El resultado del cociente anterior es la velocidad promedio de cada uno de los estudiantes al dar una vuelta a la cancha o al campo.
5. Se pide al estudiante que responda a las siguientes preguntas:
 - a. ¿Las razones de cambio fueron iguales?
 - b. ¿Por qué son mayores unas que otras?
 - c. ¿Si una razón de cambio es mayor indica mayor o menor velocidad?

UNIDAD III LA DERIVADA

Experimento No 16 “El Velocímetro”



El velocímetro es un instrumento que mide la velocidad instantánea de un vehículo, y dado que una velocidad es el cambio de espacio recorrido con respecto al tiempo que transcurre, el velocímetro nos ofrece la velocidad a la que nos movemos instantáneamente.

El funcionamiento de un velocímetro depende de su fabricación y en algunos casos está controlado por un cable recubierto que es movido por un conjunto de pequeñas ruedas dentadas colocadas en el sistema de transmisión del vehículo.

En el presente experimento, podrás observar las diferentes razones de cambio instantáneas de espacio con respecto al tiempo de un vehículo que sea manejado por otra persona.

Objetivo:

- Observar la razón de cambio instantánea (derivada) en un instrumento de uso común como el velocímetro de un automóvil.

Metas:

- Conocerá que el velocímetro de un automóvil es un instrumento derivador constante.
- Obtendrá la representación gráfica de las diferentes velocidades del automóvil con respecto al tiempo transcurrido.

Procedimiento (Actividad de observación):

1. Encargar al alumno que en el trayecto de su casa a la escuela, mientras otra persona maneja el vehículo, se percate de las diferentes posiciones que toma el

velocímetro del automóvil en el que se traslade conforme aumente o disminuya la velocidad del mismo.



Nota: para realizar esta actividad, se recomienda que alguien más conduzca el vehículo y que tú como observador te coloques en un lugar en el cual no interfieras con el desempeño de la persona que maneja el vehículo.

2. Cada uno de ellos va a observar el velocímetro cada minuto. Registrar las lecturas obtenidas.
3. Con los datos obtenidos, construye la tabla 12 que muestre la velocidad instantánea del automóvil con respecto al tiempo transcurrido. (Ver Tabla 12)

Tabla 12

Tiempo (min)	Lectura obtenida (km/hr)
1	
Incrementos de 1 min	
20	

4. Con los datos obtenidos, construye la gráfica que muestre la velocidad instantánea del automóvil con respecto al tiempo.
5. Se hace mención en clase de que el velocímetro de un automóvil es un “Derivador constante” que nos permite obtener la razón de cambio instantáneo del espacio con respecto al tiempo.
6. Se pide al estudiante que conteste las siguientes preguntas:
 - a. ¿Hubo variaciones en la velocidad?
 - b. ¿En algún momento la velocidad fue cero?
 - c. ¿Qué relación existe entre el valor que nos indica el velocímetro y el significado de una razón de cambio?

UNIDAD III LA DERIVADA

Experimento No 17 “El Tablero”



Dentro de las grandes contribuciones de Gottfried Wilhelm Von Leibniz (1646-1716), filósofo y matemático alemán, se encuentra su regla para la derivación de un producto, la cual puede declararse informalmente como: "La derivada de la primera por la segunda sin derivar más la primera sin derivar por la derivada de la segunda".

En el presente experimento podrás demostrar de manera práctica la regla del producto de Leibniz y podrás observar la facilidad con la que podemos encontrar la nueva área de una superficie cuando cambian las dimensiones de sus lados.

Objetivo:

- Demostrar de manera práctica por medio del cambio de las dimensiones de la superficie de un tablero, la aplicación de la regla del producto.

Metas:

- Comprenderá la demostración de una de las formulas de derivación.
- Aprenderá a aplicar de manera sencilla la regla del producto.
- Reforzará sus conocimientos aritméticos previos a la materia.

Materiales:

- Cartoncillo.
- Tijeras.
- Regla.

Procedimiento:

1. Se recortan varios rectángulos del cartoncillo, todos con una dimensión de 15 cm. X 25 cm.

$$\text{Área} = \text{Largo} \times \text{Ancho}$$

2. Se calcula el área de la superficie inicial del rectángulo.
3. Se le realiza un corte de 5 cm. en el ancho del rectángulo y se obtiene la nueva área tomando en cuenta que la nueva área se va a calcular de la siguiente manera:

$$\text{Área} = (\text{Largo})(\Delta \text{Ancho})$$

4. Tomando un rectángulo con las dimensiones iniciales, ahora se realiza un corte de 5 cm. en la longitud del rectángulo, con lo que se puede observar que ahora la nueva área se puede calcular de la siguiente manera:

$$\text{Área} = (\Delta \text{Largo})(\text{Ancho})$$

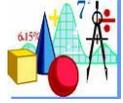
5. Si a un tercer rectángulo se le realizan los dos cortes anteriores mencionados en los pasos 3 y 4, para obtener la nueva área se aplicaría la siguiente fórmula:

$$\text{Área} = (\text{Largo})(\Delta \text{Ancho}) + (\text{Ancho})(\Delta \text{Largo})$$

6. Se hace mención de que la fórmula que se emplea para obtener la nueva área es la regla del producto para lo cual se pide al estudiante que realice la comprobación de dicha aplicación.
7. Se pide al estudiante que conteste las siguientes preguntas:
 - a. ¿Qué observaste?
 - b. ¿Pudiste calcular el área con las nuevas dimensiones del tablero?
 - c. Si aplicas la regla del producto ¿Obtienes el mismo resultado?

UNIDAD III LA DERIVADA

Experimento No 18 “Diseño”



Instrucciones.

De acuerdo a los conocimientos adquiridos en el tema de Derivación, elabora un experimento de diseño que cumpla con los siguientes objetivos:

- Utilizar, representar e interpretar modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, geométricos y variacionales y/o de las tecnologías de la información y la comunicación, para la comprensión de situaciones reales o formales.
- Compara dos o más variables o números, de tal manera que se establezca o analice su relación, y permita determinar, estimar o aproximar el comportamiento de fenómenos del entorno social o natural.
- Utiliza las mediciones como instrumentos, para representar y contrastar matemáticamente las dimensiones espaciales, estructurales y funcionales del ambiente que nos rodea.
- Opera y relaciona de diferentes maneras las formas de eslabonamiento entre los símbolos o procesos matemáticos y los aplica al estudio de fenómenos específicos.

Forma de evaluar:

- **35 % Cumplimiento de los objetivos.**

No. de objetivos cumplidos	Calificación.
4	100
3	75
2	50
1	25

- **10 % Tipo de materiales empleados.**

Tipo de material	Calificación
1 o varios materiales reciclados	100
Materiales no reciclados	50

Nota: Se recomienda que el costo total de tu experimento de diseño no sea superior a 100 pesos.

- **10% Factibilidad.**

Si funcionó	100
No funcionó	50

- **35% Presentación.**

Porcentaje	Concepto	Si	No
7 %	Exposición (participación general)		
7 %	Proyecto en Físico		
7 %	Presentación de power point		
7 %	Documento escrito.		
7 %	Argumentación (preguntas y respuestas)		

- **10 % Coevaluación.**

Cada equipo de trabajo le proporcionará una calificación de acuerdo al trabajo realizado por el equipo participante para posteriormente promediar las calificaciones de los equipos.

UNIDAD IV APLICACIONES DE LA DERIVADA

Experimento No. 19 “La Cajita”



Dado que la interpretación geométrica de la derivada es la pendiente de la recta tangente a la gráfica de una función en un punto determinado es muy útil para el trazado de las gráficas de funciones, y particularmente, cuando la derivada es cero para un valor dado de x (variable independiente) la tangente que pasa por dicho punto tiene pendiente cero y, por ende, es paralela al eje x .

En base a lo anterior, existen dos posibilidades de que la derivada sea cero, las cuales pueden ser que la función presente un máximo relativo o un mínimo relativo.

En el presente experimento tendrás la posibilidad de aplicar el método de máximos y mínimos en la resolución de un problema de la vida cotidiana, y después comprobar gráficamente el valor obtenido.

Objetivo:

- Comprender una de las aplicaciones del Cálculo Diferencial como lo son los Máximos y mínimos en un problema de la vida diaria.

Metas:

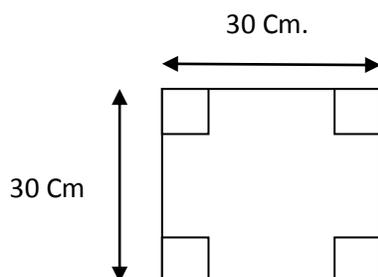
- Utilizará los máximos y mínimos para resolver un problema de aplicación de la vida diaria.
- Adquirirá la competencia del manejo del Cálculo Diferencial en la resolución de problemas de la vida diaria.

Materiales:

- Regla.
- Un pedazo de 30 cm X 30 cm de cartoncillo cada 2 personas.
- Calculadora.

Procedimiento:

1. Organizando a los alumnos en binas, se reparten las medidas posibles a recortar de los cuadrados de las esquinas, correspondiéndoles a cada pareja de estudiantes una medida específica desde 1 hasta 15 cm.
2. Se recortan de las esquinas cuadrados iguales de acuerdo a la siguiente figura:



3. Se dobla hacia arriba el cartoncillo para formar las caras laterales y se pegan las esquinas para de esta manera formar la cajita.
4. Se pide a cada uno de los equipos de trabajo que obtengan el volumen de su cajita y que registren los volúmenes obtenidos.
5. Con los datos obtenidos, construye la tabla 13 que muestre el volumen obtenido de la cajita con respecto al corte realizado. (Ver Tabla 13)

Tabla 13

Medida del corte (Cm)	Volumen (Cm ³)
1	
Incrementos de 1 cm.	
15	

6. De acuerdo a la tabulación anterior, se construye una gráfica en la que se indique el comportamiento del volumen con respecto a la cantidad recortada en las esquinas.
7. Se pide al estudiante que conteste las siguientes preguntas:
 - a. ¿Qué observaste?
 - b. ¿Qué tipo de función es?
 - c. ¿Con qué medida se obtiene el mayor volumen posible (Máximo)?

- d. ¿Con cuál medida el volumen es mínimo?
 - e. ¿Podrías encontrar una mejor manera de encontrar el volumen máximo?
 - f. ¿Será posible aplicar el método de máximos y mínimos?
8. Después de construir la gráfica, se pide al estudiante que aplique el método de máximos y mínimos para verificar de una manera más fácil los resultados obtenidos.
 9. Comparar los resultados de la gráfica con los obtenidos por el método de máximos y mínimos.
 10. Se responden las siguientes preguntas:
 - a. ¿Qué observaste?
 - b. ¿Los resultados fueron iguales?
 - c. ¿Cuál método consideras que es más fácil?

UNIDAD IV APLICACIONES DE LA DERIVADA

Experimento No 20 “Calentando Agua”



Un mechero o quemador Bunsen es un instrumento utilizado en laboratorios científicos para calentar o esterilizar muestras o reactivos químicos, fue inventado por Robert Bunsen en 1857 y provee una transmisión muy rápida de calor intenso en el laboratorio, siendo un quemador de gas del tipo de premezcla y la llama es el producto de la combustión de una mezcla de aire y gas.

El mechero bunsen es una de las fuentes de calor más sencillas del laboratorio y es utilizado para obtener temperaturas no muy elevadas. Consta de una entrada de gas sin regulador, una entrada de aire y un tubo de combustión. El tubo de combustión está atornillado a una base por donde entra el gas combustible a través de un tubo de goma, con una llave de paso. Presenta dos orificios ajustables para regular la entrada de aire.

En el presente experimento, tendrás la posibilidad de utilizar mecheros de Bunsen para calentar el agua contenida en dos matraces, a los cuales se les van a aplicar cantidades diferentes de flama para de esta manera analizar las razones de cambio de temperatura con respecto al tiempo transcurrido.

Objetivo:

- Observar los diferentes cambios de temperatura del agua con respecto al tiempo transcurrido y sus variaciones respecto a la intensidad de la flama que se le aplique.

Metas:

- Desarrollará la habilidad del uso de instrumentos de laboratorio.
- Adquirirá la competencia de saber analizar la razón de cambio instantánea de temperatura con respecto al tiempo transcurrido.

- Comprenderá que si aplicamos una flama diferente al sistema, las razones de cambio con respecto al tiempo van a variar.

Materiales.

- 2 termómetros.
- 0.5 litros de agua.
- 2 matraces de 250 ml.
- 2 mecheros de Bunsen.
- 2 telas de asbesto.
- 1 Cronómetro.

Procedimiento

1. Encender los mecheros de Bunsen y regular las flamas de tal manera que la intensidad de una flama sea grande y la otra sea pequeña.



Nota: Recuerda que vas a estar trabajando con material cuya temperatura va a ser elevada, por lo que se recomienda que extremes precauciones en el uso de todo el material.

2. Acercar los recipientes a flamas diferentes y realiza mediciones de las temperaturas del agua cada minuto.
3. Con los datos obtenidos, construye la tabla 14 que muestre la Temperatura de los Matraces con respecto al tiempo transcurrido. (Ver Tabla 14)
4. Continuar con las mediciones y los registros hasta que el agua llegue al punto de ebullición del agua.
5. Construir la representación grafica de las temperaturas del agua con respecto al tiempo transcurrido.
6. Se pide al estudiante que conteste las siguientes preguntas:
 - a. ¿Qué observaste?
 - b. ¿Las razones de cambio de las temperaturas fueron iguales?

Tabla 14

Tiempo (Min).	Temperatura del matraz 1 (flama de baja intensidad)	Temperatura del matraz 2 (flama de alta intensidad)
0		
Incrementos de 1 Min.		
20		

- c. ¿En cuál de los recipientes el agua llegó primero a la temperatura de ebullición? ¿Por qué?
- d. Teóricamente, la temperatura de ebullición del agua es de 100°C ¿Cuál es el valor de la Temperatura de ebullición que observaste?
- e. ¿Cuál es el valor de la Temperatura de ebullición que observaste? ¿Por qué no coinciden?
- f. ¿Cuál de las 2 gráficas muestra una razón de cambio mayor? ¿Por qué?
- g. ¿Cuál es la razón de cambio instantánea de temperatura con respecto al tiempo al transcurrir 4 minutos?

UNIDAD IV APLICACIONES DE LA DERIVADA

Experimento No. 21 “El Vaso de Papel”



Recordarás que hoy en día es muy común que en empresas, oficinas, escuelas y en todos los lugares donde exista un dispensador de agua, generalmente encontramos al lado una columna con vasos de papel en forma de cono para surtir agua a las personas. En dichos dispensadores, cuando se acciona la llave para llenar el cono, podrás observar que la velocidad con la que sube el nivel del líquido es variable.

En el presente experimento tendrás la posibilidad de encontrar la velocidad con la que cambia el nivel del líquido en una determinada altura, conforme se vierte el líquido al recipiente en forma de cono.

Objetivo:

- Demostrar una aplicación práctica de la derivación como lo son las razones de cambio relacionadas.

Metas:

- Adquirirá la competencia de encontrar la razón de cambio instantánea de una variable con respecto a otra.
- Aprenderá a aplicar el Cálculo en un tipo de problema que se relaciona con la geometría y la física.

Materiales:

- Un recipiente que contenga llave surtidora (ej. Una cafetera).
- Un recipiente que tenga forma de cono circular recto (un vaso).
- Un recipiente con capacidad de 1 litro.
- Cronómetro.
- Regla.

- Cronómetro.
- 3 litros de agua.

Procedimiento:

1. Se vierten los 3 litros de agua en la cafetera.
2. Empleando el cronómetro se mide el tiempo que tarda en llenarse el recipiente de 1 litro, cuidando que el nivel del agua en la cafetera se mantenga siempre constante.
3. El tiempo obtenido se convierte a m^3/s considerando que este va a ser el cambio de volumen con respecto al tiempo (dv/dt).
4. Se inicia con el experimento llenando el vaso.
5. Se pide al estudiante que obtenga la velocidad de cambio de altura dh/dt cuando el nivel del agua lleve una altura $h = 3$ cm.
6. Se calculan las velocidades de cambio de altura dh/dt al tener otras alturas el nivel del agua, por ejemplo 5 cm y 7cm.
7. Se solicita al estudiante que conteste las siguientes preguntas:
 - a. ¿El cambio instantáneo de altura con respecto al tiempo (dh/dt) será el mismo siempre?
 - b. ¿A mayor altura es mayor o menor el valor de dh/dt ?
 - c. ¿A qué se debe dicha variación?

UNIDAD IV APLICACIONES DE LA DERIVADA

Experimento No. 22 “El Garrafón”



Recordarás que geoméricamente la definición formal de una derivada nos dice que “la derivada de una función en un punto representa el valor de la pendiente de la recta tangente en dicho punto y que la pendiente está dada por la tangente del ángulo que forma dicha recta con el eje de las abscisas, en ese punto”.

De acuerdo a lo anterior, significa que si tenemos la representación gráfica de la derivada de una función, podemos encontrar de manera aproximada su razón de cambio instantáneo en un determinado punto al calcular la pendiente de la recta tangente en ese punto dado.

En el presente experimento se tendrá la posibilidad de encontrar el valor aproximado de la razón de cambio instantáneo del tiempo de llenado de una botella de 1 litro con respecto a la altura del nivel del agua del garrafón.

Objetivo:

- Encontrar la razón de cambio instantánea de una variable con respecto a otra relacionada en un punto específico de la curva.

Metas:

- Comprenderá una razón de cambio de dos variables relacionadas en donde la variable independiente no es el tiempo transcurrido.
- Adquirirá la competencia de analizar gráficamente una razón de cambio instantánea en un punto específico.

Materiales.

- Un garrafón.
- Un dispensador de agua para garrafón.

- Un recipiente con capacidad de 20 litros.
- Un recipiente de un litro.
- Un cronómetro.
- Cinta métrica.
- Un marcador de punto fino de tipo permanente.
- 20 litros de agua.

Procedimiento.

1. Medir la altura del garrafón y colocarle marcas cada 2 centímetros desde la parte inferior a la superior tomando en cuenta exclusivamente la parte cilíndrica del garrafón.
2. Se llena de agua el garrafón hasta que el nivel llegue a los primeros 2 cm.
3. Verter agua del garrafón al recipiente de 1 litro y utilizando el cronómetro, medir el tiempo de llenado y registra el resultado.
4. Llenar de nuevo el garrafón hasta que el nivel del agua llegue a la siguiente marca hecha con el marcador.
5. Repetir los pasos 2, 3 y 4 hasta que el nivel del agua utilizado sea la altura total del garrafón.
6. Con los datos obtenidos, construye la tabla 15 que muestre el tiempo de llenado de la botella con respecto a la altura del garrafón. (Ver Tabla 15)

Tabla 15

Altura (Cm)	Tiempo de llenado (Seg)
2 Cm	
Incrementos de 2 Cm.	
30 Cm	

7. Construir la gráfica que muestre el tiempo de llenado de la botella de 1 litro con respecto a la altura del líquido,
8. Solicitar al estudiante que conteste las siguientes preguntas:

- a. ¿Qué tipo de función observaste?
- b. ¿Existe alguna relación entre la altura del garrafón y el tiempo de llenado del recipiente?
- c. ¿Fueron iguales las razones de cambio en las diferentes alturas?
- d. ¿A que le atribuyes dicha diferencia?
- e. ¿Cuál es la razón de cambio instantáneo cuando la altura del garrafón es de 20 cm?
- f. ¿Entre mas altura el tiempo de llenado es mayor o menor?

UNIDAD IV APLICACIONES DE LA DERIVADA

Experimento No. 23 “El Corral”



En ocasiones ocurre que hay determinados apoyos que de acuerdo a las condiciones económicas de hoy en día se pretenden aprovechar al máximo con el fin de obtener el mayor beneficio de ello.

El presente experimento es un ejemplo muy común de alguien que tiene determinados metros de malla para la construcción de un cerco con unas características específicas, pero que se desconocen las dimensiones óptimas que debe tener dicho cerco para que la cantidad de malla sea utilizada adecuadamente, en el cuál se demuestra de manera práctica una de las aplicaciones del Cálculo Diferencial.

Objetivo:

- Resolver una aplicación práctica del tema de Máximos y Mínimos en un problema cotidiano de la vida real.

Metas:

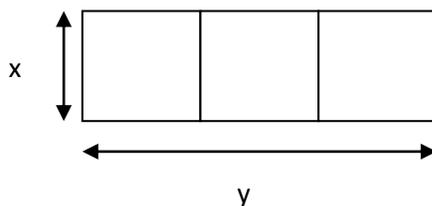
- Utilizará los máximos y mínimos para resolver un problema de aplicación de la vida diaria.
- Adquirirá la competencia del manejo del Cálculo Diferencial en la resolución de problemas de la vida diaria.

Materiales:

- 8 Metros de cordón o hilo (Que no sea elástico).
- Cinta métrica.
- Calculadora.

Procedimiento:

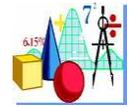
1. Se indica al alumno que utilice la escala $1 \text{ cm} = 1 \text{ m}$ y que en base a sus conocimientos de cálculo resuelva el siguiente problema:
 - Un ganadero recibe un apoyo de 800 metros de malla para construir un corral triple y le gustaría que tuviera la mayor área posible pero desconoce las dimensiones que le debe dar a cada uno de los corrales para lograr su objetivo. ¿Cuáles serían las dimensiones óptimas del corralito?



2. Pedir al estudiante que utilizando el cordón arme el corralito y le asigne las medidas que crea que son las más idóneas para su construcción.
3. Se solicita al alumno que empleando el método de máximos y mínimos encuentre las medidas óptimas que debe tener el corralito para que abarque el área máxima.
4. Se contestan las siguientes preguntas:
 - a. ¿Cuáles son las medidas óptimas que debe contener el corralito?
 - b. ¿Qué tanto te aproximaste al principio a las medidas óptimas?
 - c. ¿Qué área abarca el corralito con las medidas que designaste?
 - d. ¿Cuál es el área máxima del corralito de acuerdo a las medidas óptimas?

UNIDAD IV APLICACIONES DE LA DERIVADA

Experimento No 24 “Diseño”



Instrucciones.

De acuerdo a los conocimientos adquiridos en el tema de Aplicaciones de la derivada, elabora un experimento de diseño que cumpla con los siguientes objetivos:

- Utilizar, representar e interpretar modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, geométricos y variacionales y/o de las tecnologías de la información y la comunicación, para la comprensión de situaciones reales o formales.
- Compara dos o más variables o números, de tal manera que se establezca o analice su relación, y permita determinar, estimar o aproximar el comportamiento de fenómenos del entorno social o natural.
- Utiliza las mediciones como instrumentos, para representar y contrastar matemáticamente las dimensiones espaciales, estructurales y funcionales del ambiente que nos rodea.
- Opera y relaciona de diferentes maneras las formas de eslabonamiento entre los símbolos o procesos matemáticos y los aplica al estudio de fenómenos específicos.

Forma de evaluar:

- **35 % Cumplimiento de los objetivos.**

No. de objetivos cumplidos	Calificación.
4	100
3	75
2	50
1	25

- **10 % Tipo de materiales empleados.**

Tipo de material	Calificación
1 o varios materiales reciclados	100
Materiales no reciclados	50

Nota: Se recomienda que el costo total de tu experimento de diseño no sea superior a 100 pesos.

- **10% Factibilidad.**

Si funcionó	100
No funcionó	50

- **35% Presentación.**

Porcentaje	Concepto	Si	No
7 %	Exposición (participación general)		
7 %	Proyecto en Físico		
7 %	Presentación de Power Point		
7 %	Documento escrito.		
7 %	Argumentación (preguntas y respuestas)		

- **10 % Coevaluación.**

Cada equipo de trabajo le proporcionará una calificación de acuerdo al trabajo realizado por el equipo participante para posteriormente promediar las calificaciones de los equipos.

CAPÍTULO IV

IMPLEMENTACIÓN

Para la implementación de la herramienta didáctica, partimos del hecho de que el título de cada experimento está ligado con el tema fundamental de que se trata, lo cual permite que el docente ubique fácilmente el tema sobre el cual se está desarrollado el experimento.

Por otra parte, en cada uno de los experimentos, se cuenta con un ícono que permite darse cuenta si es un experimento de inicio, laboratorio, extra-clase, o bien de diseño y una pequeña introducción al tema que se va a abordar, la cual permite que el alumno logre situarse dentro del tema antes de iniciar el experimento.

De igual manera, cada experimento muestra el objetivo y las metas que se persiguen, además de un listado de materiales propuestos para la realización del experimento.

Se sugiere que los experimentos sean utilizados como complemento de la asignatura, ya sea mediante la utilización de una hora-clase por semana para tal efecto, o bien de acuerdo al avance que el docente vaya teniendo de acuerdo a su planeación docente y las condiciones de aprendizaje de sus alumnos.

Por ejemplo, si se va a abordar el tema de límites, se sugiere que se lleven a cabo los experimentos de la siguiente manera:

- Al comenzar el tema de límites, es conveniente realizar del experimento introductorio denominado “La Tira de Papel”, el cual permite que el alumno adquiera el concepto de límite y lo pueda comprender fácilmente al ver a su maestro realizando dicho experimento.
- De igual manera, cuando se han abordado algunos conceptos como límite unilateral, límites al infinito e infinito en límites, es conveniente que haya una

sesión en la que se realice el experimento de laboratorio denominado “Las Telas”, en el cuál el alumno va a tener la posibilidad de mejorar la comprensión de los conocimientos de límites que ha adquirido hasta el momento

- Con el fin de complementar los conocimientos del alumno, después de que se hayan resuelto algunos ejercicios, y que el docente considere que ya se ha comprendido mejor el tema de límites, se sugiere organizar equipos de trabajo de 3 o 4 integrantes y encargar extra-clase al alumno los tres experimentos propuestos para tal efecto: “Las figuras inscritas en el círculo, El resorte y Jugando con la Geometría”.
- Por último, se solicita a cada equipo de trabajo que realice un experimento de diseño, en el cual los alumnos puedan aplicar sus conocimientos adquiridos a una situación práctica planteada por ellos mismos.

Para la evaluación de los experimentos, se sugiere que éstos formen parte de un porcentaje de la calificación del alumno, y que ésta incluya lo siguiente:

- Para los experimentos de inicio, laboratorio y extra-clase, utilizar una rúbrica y una lista de cotejo, en las cuales se incluye el uso adecuado de los materiales, la organización del estudiante en equipos de trabajo, su desempeño en ellos, entre otros. (ver anexos).
- En el caso del experimento de diseño, éste incluye por sí mismo la forma de evaluar, y en ella se incluye el cumplimiento de los objetivos, el tipo de materiales empleados, la factibilidad del proyecto y la presentación del mismo.

RESULTADOS ESPERADOS Y CONCLUSIONES

Con base en nuestra experiencia al impartir la asignatura de cálculo diferencial, se puede mencionar que de acuerdo al hecho de que el alumno se apropia más fácilmente de los conocimientos cuando realiza actividades tocando o manipulando objetos, los experimentos de cálculo diferencial proporcionan una herramienta útil que el docente puede instituir al impartir la asignatura.

“Experimentando el Cálculo Diferencial” promueve que el alumno construya su propio aprendizaje al manipular objetos y realizar las actividades propuestas en los experimentos que ligen el cálculo diferencial con la vida cotidiana del estudiante.

Los experimentos de cálculo diferencial permiten que el alumno encuentre la relación entre la teoría y la práctica, además de interrelacionar ésta asignatura con otras asignaturas como la física, la química y el español.

Con el desarrollo de los Experimentos de cálculo diferencial, el estudiante puede desarrollar algunas competencias tanto genéricas como disciplinares, que promueven su desarrollo personal y una mejor preparación académica.

El llevar a cabo el experimento “El Carrito”, permitió que el alumno reforzara sus conocimientos previos sobre la pendiente y ángulo de inclinación, así como aprender a relacionar el cambio de una variable con respecto a otra.

Con el experimento “Calentando agua”, el alumno tuvo la oportunidad de manejar algunos instrumentos de laboratorio y de observar cómo influye en el rango de una función el que se modifique una de las variables del sistema como lo es la cantidad de calor aplicada al matraz; además, se notó en el estudiante una mayor motivación por apropiarse del conocimiento, observando en él una entusiasta participación, lo cual resulta muy benéfico para su aprendizaje.

Al realizar el experimento “La Tira de Papel”, fue muy notoria la mejora en la facilidad de comprender el concepto de límite por parte del alumno, situación que al ser abordada de manera teórica, sólo era comprendida por muy pocos alumnos, lo cual resalta la utilidad de aplicar los experimentos de Calculo Diferencial en el aprendizaje de los alumnos.

Con los experimentos de Cálculo Diferencial, los alumnos pueden acceder más fácilmente al conocimiento, ya que es una herramienta didáctica que motiva a los estudiantes por aprender y que permite que al estar manipulando objetos y realizando actividades simples, el alumno le encuentre un sentido y una aplicación práctica a la asignatura.

REFERENCIAS

- Castillo, S. (2008). *Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática*; en Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática educativa. En:[http://cendoc.cddesarrollo.net/cendoc_docs/Doc%20824%20\(Propuesta%20pedagogica%20basada%20en%20el%20constructivismo%20para%20el%20uso%20optimo%20de%20las%20TIC%20en%20la%20Ensenan.pdf](http://cendoc.cddesarrollo.net/cendoc_docs/Doc%20824%20(Propuesta%20pedagogica%20basada%20en%20el%20constructivismo%20para%20el%20uso%20optimo%20de%20las%20TIC%20en%20la%20Ensenan.pdf) Consultado el 26 de noviembre de 2009.
- Chavarría, M. (2004). *Mega tendencias en la educación frente al tercer milenio. Educación en un mundo globalizado: retos y tendencias del proceso educativo*; Trillas, México, D.F.
- Cárdenas, G. (2003). *Miradas de calidad educativa en la Educación Media Superior*, en Revista electrónica Educar. Gobierno del Estado de Jalisco, México. Enero-Marzo 2003; <http://www.educacion.jalisco.gob.mxconsultaeducar24Educar%20No%2024%20.pdf#page=7> Consultado el 09 de Octubre de 2009.
- Carretero, M. (1998); Entrevista realizada por la Zona Educativa a Mario Carretero sobre Aprendizaje Significativo y saberes previos; http://profordemsupn.sems.gob.mx/moodle/file.php/15/Mario_Carretero.mht Consultado el 14 de octubre de 2009.
- Carretero, M. (1997); *Desarrollo cognitivo y aprendizaje en Constructivismo y educación*; Progreso, México; http://www.uhu.es/doc_efd/08-La-ensenanza-de-las-actividades-fisico-deportivas/constructivismo_educacion.pdf Consultado el 15 de octubre de 2009.
- Díaz Barriga, A., et al. (2002); *Hacia las aplicaciones de las Matemáticas en la escuela media superior en México*, en Revista electrónica de Didáctica de las Matemáticas. Universidad Autónoma de Querétaro. Año 2. No 4; <http://www.uaq.mx/matematicas/redm/art/a0802.pdf>, consultado el 09 de Septiembre de 2009.
- Díaz. Barriga, F, y Hernández, G.; (2006) *Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo, Una interpretación constructivista*, 2ª edición, Mc Graw Hill, México; D.F.
- Díaz Barriga, F. (2003); *Cognición y estrategias para el aprendizaje significativo*, en Revista Electrónica de Investigación Educativa, Vol. 5, No. 2, Abril de 2003 4 <http://redie.uabc.mx/vol5no2/contenido-arceo.html.%20> Consultado el 14 de octubre de 2009.

Díaz Barriga, Á. (2006); *El enfoque de competencias en la educación, ¿Una alternativa o un disfraz de cambio?*; vol. XXVIII, núm. 111, pp. 7-36; <http://profordemsupn.sems.gob.mx/moodle/course/view.php?id=12>, consultado el 14 de Octubre de 2009.

INEGI (2006), Comunicado No. 189-06, 7 de Septiembre de 2006, Aguascalientes, Ags., Pag. 4/4, <http://www.inegi.org.mx/inegi/contenidos/espanol/prensa/Boletines/muestra3.asp?tema=22&s=inegi&c=279> Consultado el 07 de Octubre de 2009.

Larroyo, F. 1979. *Historia comparada de la Educación en México*. (13ª edición), Editorial Porrúa, México, D.F.

Leithold, L. (1997). *La derivada y la diferenciación*. En *El Cálculo con Geometría Analítica*, Sexta edición, Editorial Harla, México, D.F.

Romero T. N. (2005); *¿Y qué son las competencias? ¿Quién las construye? ¿Por qué competencias?*, en *Revista Educar*; <http://www.redes-cepalcala.org/inspector/documentos%20y%20libros/competencias/que%20son%20las%20competencias.pdf>, consultado el 04 de noviembre de 2009.

SEP (2008), *Reforma Integral de la Educación Media Superior en México*, <http://profordemsupn.sems.gob.mx/moodle/course/view.php?id=12>; consultado el 17 de Septiembre de 2009.

SEP (2009), *Reforma Integral de la Educación Media Superior en México*, CD interactivo para docentes, México, D.F.

SEP. (2007), *Programa Sectorial de Educación*. México, D.F.

Vielma, E. y Salas, M. (2000); *Aportes de las teorías de Vygotsky, Piaget, Bandura y Bruner: Paralelismo en sus posiciones en relación con el desarrollo*; en *Educaré* artículos, Volumen 3, No. 009, Universidad de los Andes, Mérida, Venezuela, pp 30-37, Junio 2000. <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/356/35630907.pdf>, consultado el 15 de Octubre de 2009.

RUBRICA DE EVALUACIÓN

“EXPERIMENTANDO EL CÁLCULO DIFERENCIAL”

Tema Fundamental _____

Nombre y Número de experimento _____

Equipo evaluador: _____

Nombre de (los) estudiante (s): _____

Calificación: _____

Puntuación	Calificación
6-11	5
12-15	6
15-18	7
19-22	8
23-26	9
27-30	10

Ponderación

Indicadores	1. Aspecto no comprendido	2. Poco dominio	3. Dominio básico	4. Aspecto dominado	5. Dominado ampliamente
Enumera ordenadamente los elementos contenidos en un texto	Sólo identifica los elementos más sobresalientes o resaltados en el texto	Enumera la mayoría de los elementos contenidos en el texto.	Identifica y enumera todos los elementos de acuerdo con criterios preestablecidos	Enumera todos los elementos agrupándolos (por similitud, cronología, etc.)	Clasifica los elementos de forma ordenada y sistemática (índice, cuadro sinóptico)
Es capaz de manejar adecuadamente el material.	No es capaz de identificar los materiales.	Identifica los materiales pero no los sabe utilizar.	Manejo adecuado de los materiales bajo un ejemplo guiado.	Utiliza los materiales adecuadamente sin necesidad de ayuda.	Muestra que tiene el dominio de los materiales y los puede utilizar en cualquier situación.
Establece relaciones entre los elementos involucrados en el experimento.	Sólo identifica relaciones obvias o establece relaciones.	Establece relaciones correctas pero poco significativas	Identificar por si mismo relaciones significativas (de tipo temporal, jerárquico, u otra)	Explica el tipo de relación identificada y su importancia	Argumenta las relaciones identificadas y extrae conclusiones
Interpreta series de datos (de una variable o temporales)	No es capaz de interpretar un conjunto de datos numéricos	Comete errores al interpretar series sencillas de datos	Calcula medias porcentajes y tendencias constantes	Explica el significado del análisis de los datos	Deduca conclusiones del análisis de los datos
Es capaz de expresar la información mediante tablas y gráficos sencillos propuestos por el profesor	No es capaz de condensar la información en una tabla o grafico	Utiliza tablas y gráficos pero lo hace de forma incorrecta o incompleta	Utilizar correctamente tablas de doble entrada y gráficos sencillos (líneas, columnas, secuencias, etc.)	Sus tablas y gráficos son claros y resaltan la información relevante	Muestra originalidad, sus graficas se auto explican gracias al uso de formas y colores
A iniciativa propia selecciona la herramienta adecuada para presentar la información (tabla y graficas)	Sus tablas y gráficos son siempre iguales. Sólo sabe usar un solo modo de representación de los datos.	Utiliza varios tipos de tablas y gráficos pero los elige mas por razones estéticas que por su adecuación a la situación a representar	Utiliza correctamente el tipo de grafico adecuado para representar cada situación (estética, evolución, comparaciones, etc.)	Acompaña sus tablas o gráficos con textos explicativos que resaltan los aspectos más importantes.	Diseña sus propios gráficos o tablas añadiendo elementos visuales que mejoran la comprensión.